

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

Simulace Langmuirovy sondy pomocí modelu SPICE

Jáchym Buben

Praha 2025

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

SIMULACE LANGMUIROVY SONDY POMOCÍ
MODELU SPICE

SIMULATION OF LANGMUIR PROBE USING SPICE
MODEL

AUTOR	Jáchym Buben
ŠKOLA	Gymnázium Jana Nerudy, Hellichova 3/457, Praha 1, 118 00
KRAJ	Hlavní město Praha
ŠKOLITEL	Mgr. Aleš Podolník Ph.D.
OBOR	Obor č. 2: Fyzika

Praha 2025

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval/a samostatně a použil/a jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V Dobřichovicích dne

Jáchym Buben

Poděkování

Především bych chtěl na tomto místě poděkovat konzultantovi této práce, Mgr. Aleši Podolníkov, Ph.D., který mi věnoval spoustu času během tvoření práce a vždy jsem se na něj mohl obrátit pro pomoc. Dále bych rád poděkoval Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc., a kolektivu kolem tokamaku GOLEM za zpřístupnění dat z měření. Děkuji také Ing. Jindřichu Koubkovi, Ph.D., a RNDr. Jaromíru Kekulemu, Ph.D., za organizaci SOČ na Gymnáziu Jana Nerudy a všem organizátorům SOČ na vyšších úrovních. Velký dík patří mým rodičům, bez jejichž podpory bych tuto práci nikdy nenapsal.

Anotace

V této práci se zabývám simulacemi Langmuirovy sondy, s jejichž pomocí zkoumám efekty rozdílu potenciálu mezi vnořenou sondou a plazmatem, přesněji efektivní expanzi plochy sondy. Podle simulací v modelu SPICE opravuji zpracování dat z tokamku GOLEM a ukazuji rozdíly mezi daty zpracovanými pomocí obvyklých vzorců popisující závislost koeficientů a daty zpracovanými podle nasimulovaných koeficientů. Zaměřuji se hlavně na rozdíl *sheath heat transmission* faktorů (γ) predikovaných a nasimulovaných a dále na chybu způsobenou právě efektivní expanzí plochy sondy. Dále podrobněji zkoumám efektivní expanzi plochy sondy, ukazuji původ částic zachycených sondou a závislost této expanze na napětí mezi sondou a plazmatem a elektronové teplotě plazmatu.

Celkově tato práce poskytuje nový vhled do problematiky efektivní expanze plochy sondy pomocí simulací a ukazuje přesnost koeficientů, používaných pro běžné zpracování dat z tokamaků, vůči simulacím na reálném příkladu zpracování dat z tokamaku GOLEM.

Klíčová slova: okrajové plazma, simulace plazmatu, Langmuirova sonda, expanze stěnové vrstvy, tokamak GOLEM

Annotation

In this work, I focus on simulations of the Langmuir probe, utilizing them to investigate the effects of potential differences between the immersed probe and the plasma, specifically the effective expansion of the probe's surface area. Based on simulations in the SPICE model, I refine the data processing from the GOLEM tokamak and highlight the differences between data processed using conventional formulas describing dependencies of the coefficients and data processed according to simulated coefficients. I primarily examine the discrepancy between the predicted and simulated *sheath heat transmission* factors (γ) and the error caused by the effective expansion of the probe's surface area. Furthermore, I conduct a detailed investigation of the effective expansion of the probe's surface area, analyzing the origin of the particles collected by the probe and the dependence of this expansion on the voltage between the probe and the plasma, as well as on the plasma electron temperature.

Overall, this study provides new insights into the issue of effective probe surface expansion through simulations and evaluates the accuracy of the coefficients commonly used for data processing in tokamak experiments, using real-world data processing from the GOLEM tokamak as an example.

Keywords: edge plasma, plasma simulations, Langmuir probe, sheath expansion, GOLEM tokamak

Seznam veličin a pojmů

V práci budu používat tato označení:

Veličiny

α	koeficient efektivní expanze plochy sondy
$\alpha_{\text{BPP}}, \alpha_{\text{LP}}$	koeficienty pro úpravu měření s fyzickými sondami
δ_e	koeficient sekundární emise elektronů od povrchu
Γ	částicový tok [$\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]
γ	<i>heat sheat transmission faktor</i> , definovaný jako $\gamma \equiv Q/k_{\text{B}}T_e\Gamma$
λ_{D}	Debyeova délka
ϕ	potenciál plazmatu
τ	poměr iontové a elektronové teploty $\tau \equiv T_i/T_e$
ξ	magnetizační parametr charakterizující poměr stěnových vrstev, $\xi \equiv \lambda_{\text{D}}/r_{\text{L}}$
$B, \vec{B}$	magnetické pole, vektor magnetického pole
c_s	rychlost zvuku
e	elementární náboj $e = 1.602\,176\,62 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
I_{sat}, I_e	iontový satureovaný proud, elektronový proud
k_{B}	Boltzmannova konstanta, $k_{\text{B}} = 1.380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2\text{kg s}^{-2}\text{K}^{-1}$
$k_{\text{H}}, k_{\text{He}}$	koncentrace vodíku, koncentrace helia
l_{sh}	délka stěnové vrstvy
m_i, m_e	hmotnost iontu, hmotnost elektronu
$n, \hat{n}, n_e, n_i$	hustota plazmatu, elektronová hustota, iontová hustota [m^{-3}]
Q	tepelný tok [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]
q	náboj částice
r	poloměr, hloubka vnoření sondy $r = 0$ odpovídá okraji plazmatu
r_{L}	Larmorův poloměr

T_i, T_e	iontová teplota, elektronová teplota
V, V_{LP}	napětí, napětí na Langmuirově sondě
V_{fl}	plovoucí potenciál
Pojmy	
BPP	<i>ball-pen</i> sonda
divertor	konfigurace geomterie tokamaku
GOLEM	tokamak na FJFI ČVUT v Praze
ITER	<i>International Thermonuclear Experimental Reactor</i> , moderní tokamak ve výstavbě
Lawsonovo kritérium	kritérium stanovující podmínky pro produkci energie fúzí
LCFS	<i>last closed flux surface</i> , poslední uzavřená siločára magnetického pole, tedy nejširší oblast, kde částice nejsou v pohybu omezovány
limiter	fyzická bariéra limitující pohyb částic na okraji plazmatu
LP	Langmuirova sonda
PIC	<i>particle-in-cell</i> , modelovací technika simulace plazmatu
SOL	<i>scrape-off layer</i> , vrstva plazmatu tvořící se za LCFS
SPICE	program pro simulaci okrajového plazmatu (S heath P article I n C ell)
stěnová vrstva	vrstva tvořící se okolo nabitých předmětů v plazmatu, angl. <i>sheath</i>

Obsah

1	Úvod	9
1.1	Udržitelná fúzní reakce	9
1.1.1	Motivace	9
1.1.2	Fúzní reakce	9
1.2	Metody diagnostiky plazmatu	10
1.3	Okrajové plazma	11
1.3.1	Jevy v okrajovém plazmatu	11
1.3.2	Limitery a divertory	11
1.3.3	Experimenty v okrajovém plazmatu	12
1.4	Langmuirova sonda	13
2	Jevy ve stěnové vrstvě	14
2.1	Stěnová vrstva	14
2.1.1	Debyeovo stínění	14
2.1.2	Magnetizovaná stěnová vrstva	15
2.1.3	Sheath Heat Transmission Factor γ	15
2.2	Měření na sondě	16
2.2.1	Voltampérová charakteristika	17
2.2.2	Měření vlastností plazmatu	18
2.3	Efektivní plocha sondy	18
2.3.1	Child-Langmuirův zákon	19
3	Motivace	20
4	Simulace	21
4.1	Principy simulací	21
4.1.1	Particle-in-cell (PIC)	21
4.1.2	Ostatní přístupy	22
4.2	SPICE 2	22
4.3	Simulace Sheath Heat Transmission faktoru γ	22
4.4	Simulace Langmuirovy sondy	23
5	Výsledky	26
5.1	Výsledky simulace Sheath Heat Transmission faktoru γ	26
5.2	Výsledky simulace Langmuirovy sondy	26
5.2.1	Voltampérové charakteristiky	27
5.2.2	Poměry toku částic na části sondy	28
5.2.3	Geometrie expanze plochy sondy	31

5.3	Úprava dat z tokamaku GOLEM	34
6	Závěr	36
A	Data a jejich zpracování	41

Kapitola 1

Úvod

1.1 Udržitelná fúzní reakce

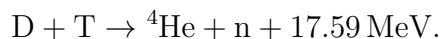
1.1.1 Motivace

Úspěšné dlouhodobé udržení fúzní reakce by pro lidstvo mělo obrovský význam. S energetickým zdrojem, kterému k výrobě velkého množství energie stačí pracovat pouze s velmi malým množstvím hmoty, by mnohé aktuální problémy přestaly být problémy. Nejenže by bylo možné téměř bezemisně vyrábět energii, zároveň by přebytek této energie mohl být využit k řešení klimatických problémů nebo problémů mobility.

Tato zřejmá motivace pohání přes 150 let výzkum plazmatu. Přestože se s ním lidé setkávali od nepaměti v podobě blesků nebo hvězd, jeho zkoumání začalo až mnohem později. Udržet plazma v kontrolovatelné podobě, kdy by bylo možné studovat, vyžaduje použití poměrně moderních technologií. Nejprve se plazma studovalo ve výbojových trubkách a přes pinčové výboje se technologickou evolucí dospělo k tak pokročilým zařízením jako je třeba *tokamak* (1.1.2). I ty je však třeba dále zdokonalovat.

1.1.2 Fúzní reakce

Fúzní reakce využívá podobného principu jako jaderné štěpení: hmotnost produktů reakce je menší než hmotnost reaktantů, rozdíl hmotností potom odpovídá získané energii. Ve fúzních reaktorech je výhodné použít reakci s nejmenším reakčním průřezem [Che74, s. 270]



Deuterium je dostupné ve vodě, tritium je možné vyrobit během fúzní reakce na okraji reaktoru pomocí lithiové vrstvy vystavené neutronům z reakce.

Lawsonovo kritérium

K určení podmínek pro udržitelnou fúzní reakci se používá *Lawsonovo kritérium* [Law57]. Porovnává energetický výnos z fúzní reakce s energií potřebnou pro samoohřev plazmatu

a únikem do okolí ¹. Pro D-T reakci ² má hodnotu [Wes87, s. 12]

$$\hat{n}\hat{T}\tau_E > 5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}\text{keVs},$$

kde $\hat{n}$ je hustota plazmatu, $\hat{T}$ jeho teplota a τ_E je doba udržení energie, která popisuje rychlost tepelných ztrát do okolí.

Způsoby udržení

Z Lawsonova kritéria vyplývá několik možností, jak se o udržení fúze pokusit.

Udržení částic magnetickým polem se snaží zvětšit teplotu a dobu udržení reakce na úkor malé hustoty. Takto fungují *stelarátory*, nádoby tvaru složitě modifikovaného toroidu, obklopené cívkami vytvářející magnetické pole. Mezi nejznámější patří série zařízení Wendelstein v Německu [GRW85]. V *tokamacích* na rozdíl od stelarátorů teče plazmatem proud, hnaný elektromagnetickou indukcí ve vodivém prstenci pomocí transformátorového jevu, což pomáhá vytvořit helikální magnetické pole, potřebné pro zachycení plazmatu a zjednodušuje geometrii problému. Ve Francii se staví dosud největší tokamak ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*) [PW24], jehož cílem je provést energeticky výhodnou reakci.

Druhým způsobem udržení, který má v pozemských podmínkách komerční potenciál, je *inerciální fúze*, která zvyšuje tlak na úkor teploty a doby udržení reakce. Používá peletky velikosti asi 5 mm, které jsou stlačeny laserovými paprsky. Stlačování je dále zesíleno reakční silou od unikajícího paliva ze stlačované koule a na krátkou dobu se podaří zažehnout fúzní reakci. Nejúspěšnějším je prozatím americké zařízení NIF (*National Ignition Facility*) v LLNL (*Lawrence Livermore National Laboratory*) [Zyl+21].

1.2 Metody diagnostiky plazmatu

Diagnostika plazmatu zjišťuje stav vytvořeného plazmatu, což je klíčové pro reakci na vývoj parametrů plazmatu a jeho dlouhodobé udržení. Důležitými faktory v plazmatu, které chceme monitorovat a kontrolovat, jsou jednak nestability v plazmatu, energie a toky částic, což úzce souvisí s teplotou částic [Wes87, s. 500]. Nejčastěji se využívá těchto principů: cívek v okolí, interferometrie nebo reflektometrie, snímání záření plazmatu a samotných sond do plazmatu.

Cívky v okolí plazmatu reagují měřitelným proudem na pohyby v plazmatu. Mohou zachytit vývoj nestabilit a obecně pozici a tvar plazmatu.

Interferometrie využívá elektromagnetických vln a jejich fázového rozdílu po odrazu od plazmatu. Určuje hustotu plazmatu. Používají se delší vlnové délky v řádech desítek až tisíců μm . Podobnou metodou je *refraktometrie*, využívající odrazu elektromagnetického paprsku od plazmatu. Jakmile paprsek narazí na plazma hustší než je kritická hustota n_0 (závisí na frekvenci paprsku ω), odrazí se zpět k detektoru. Odražený paprsek je porovnáván se referenčním. Odhadují se tak pozice hustotních vrstev v plazmatu.

Záření a rozptyl paprsku na plazmatu zjišťuje elektronovou teplotu plazmatu podle elektronového cyklotronního záření, způsobené pohybem elektronů okolo magnetických

¹Pro únik do okolí nejsou započítány všechny přítomné jevy.

²Výnosnost reakce se mění s různými reaktanty.

indukčních čar. Také se používá rozptyl laserového paprsku od elektronů – *Thomsonův rozptyl*, pomocí něhož se dá určit zároveň hustota i teplota plazmatu.

Sondy v plazmatu jsou elektrody vnořené do plazmatu, ze kterého mohou odvádět proud. Velikost tohoto proudu závisí na lokálních parametrech plazmatu a rozdílu napětí mezi sondou a plazmatem. Pomocí různých módů měření získávají odhad teploty nebo hustoty na okraji plazmatu. Podle fyzického tvaru se dále dělí, nejjednodušší sondou je *Langmuirova sonda* (1.4).

1.3 Okrajové plazma

Přestože většina fúzních reakcí proběhne ve středu plazmatu, je jeho okraj pro umělé udržení klíčový. Probíhá zde totiž množství jevů, které střed plazmatu značně ovlivňují [Wes87, s. 443], ať už se jedná o odvod neutrálních částic, které plazma ochlazují, nebo o interakci plazmatu se stěnou nádoby, což může do objemu plazmatu uvolňovat nežádoucí těžší atomy, které pak plazma rovněž ochlazují. Při provozu také může docházet k různým mimořádným jevům vedoucím až k poničení komponent vystavených plazmatu, kterému lze ovšem se správnými znalostmi chování plazmatu předejít.

1.3.1 Jevy v okrajovém plazmatu

Na okraji plazmatu bych zdůraznil dva druhy jevů: interakci s povrchem nádoby a vytvoření stěnových vrstev – *sheathů* – oblastí na okraji s jinými vlastnostmi než má plazma uprostřed.

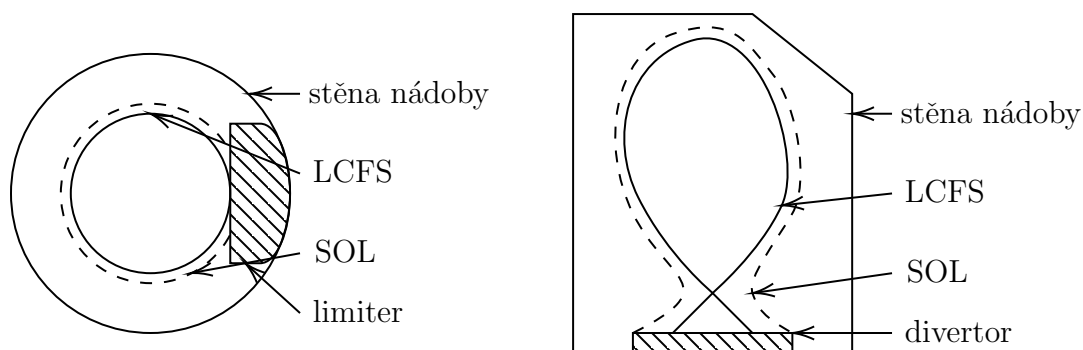
Pro zvládnutí interakce plazmatu s povrchem jsou tokamaky vybaveny vnitřní vrstvou tzv. komponent vystavených plazmatu (1.3.2), jejichž technické parametry jsou uzpůsobeny extrémním podmínkám. Namáhání komponent vysokými tepelnými toky je jedna z aktuálních výzev technologie tokamaků, protože při provozu může docházet k nežádoucím jevům. Z komponent tzv. první stěny se mohou uvolňovat těžké neutrální atomy, které plazma ochlazují. Pro vytvoření plazmatu je také nutné velmi vysoké vakuum, proto se částice paliva zachycené na stěnách musí periodicky odstraňovat, např. zvýšením teploty povrchu (tzv. vypékání) [Wes87, s. 444], nebo použitím obloukového výboje, jinak jsou provozní podmínky zařízení kvůli dalšímu znečištění zhoršeny.

Rozdíl v hmotnostech elektronů a iontů způsobuje, že elektrony jsou výrazně mobilnější. U stěny nádoby jsou proto elektrickým polem mezi stěnou a plazmatem „vysátý“ – to je důvod proč se předměty v plazmatu ustálí na záporném napětí. Kolem takového předmětu se vytvoří stěnová vrstva³ – kde je hustota elektronů jiná než hustota iontů [Che74, s. 238].

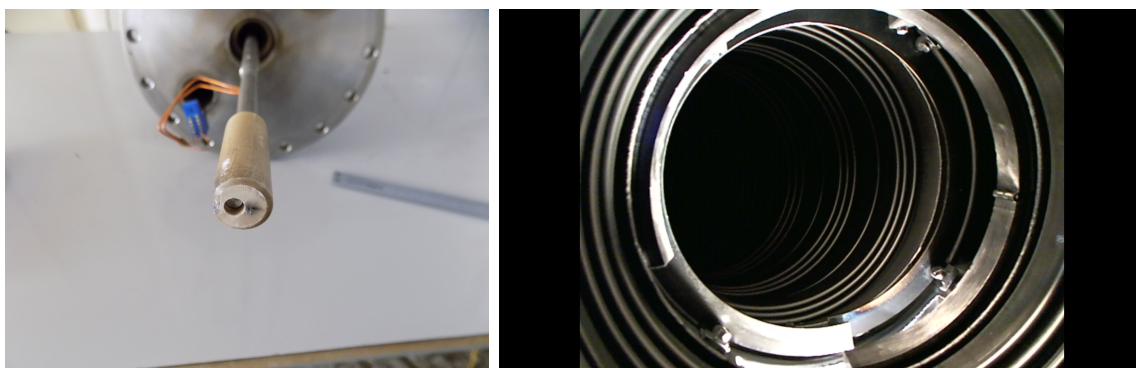
1.3.2 Limitery a divertory

Samotný okraj plazmatu v tokamaku může být definován dvěma způsoby, fyzicky – limitem – a magneticky – speciálními cívkami a tzv. divertorem (Obrázek 1.1). U obou lze ale definovat poslední uzavřený povrch toku (angl. LCFS), nejširší oblast ve které částice nic nelimituje v pohybu. Mezi LCFS a stěnou zařízení se tvoří ještě tzv. scrape-off

³Existují ale i další druhy stěnových vrstev způsobené jinými efekty (viz. 2.1).



Obrázek 1.1: Limiter a divertor, převzato a upraveno z [Wes87].



Obrázek 1.2: Langmuirova a ball-pen sonda na tokamaku GOLEM a jeho limiter, převzato z [Svo+].

vrstva (angl. SOL, *scrape-off layer*), která vzniká následkem turbulentních jevů a jimi způsobeným transportem částic napříč magnetickým polem [Sta00, s. 11].

Limitery byly instalovány u starších typů tokamaků s průřezem blízcím se kruhovému. Limiter je jednoduše fyzická zábrana z odolnějších materiálů [Sta00, s. 9] (u tokamaku GOLEM se jedná o molybden [Svo+], viz. Obrázek 1.2), která zachytává částice, obíhající za vymezeným poloměrem. Limitery sice chrání stěnu nádoby od kontaktu s plazmatem, ale samy jsou tepelně namáhanější kvůli přímému kontaktu s LCFS a vypouštějí do plazmatu těžké neutrální částice.

Divertory jsou více odděleny od udržovaného plazmatu (viz. Obrázek 1.1), LCFS je v takovémto uspořádání daleko od stěny a díky tomu je množství uvolněných neutrálnů menší [Wes87, s. 477]. Pomocí divertorů je také možné efektivněji odvádět teplo z plazmatu. Může sloužit i ke vstřikování nového paliva nebo k vychytávání těžkých částic ochlazujících plazma. Celkově je jeho konstrukce náročnější.

1.3.3 Experimenty v okrajovém plazmatu

Všechny procesy probíhající v okrajové vrstvě plazmatu stále nejsou dostatečně pochopeny. Přesto je její význam pro fúzi klíčový, jak jsem ukázal v této části. Proto probíhají experimenty zkoumající nejen interakci stěny s plazmatem (energetické toky, transport a reakce částic) [Mar+13], [Mat+90], podobu stěnové vrstvy u sond [Tsu+18], [WC97] nebo je simulují [Ber94]. Cílem této práce je k této snaze přispět.

1.4 Langmuirova sonda

Langmuirova sonda byla vyvinuta jako jeden z prvních experimentů v plazmatu. Je to elektroda tvaru válce vsunutá do plazmatu, pro kterou je změřena voltampérová charakteristika. Z jejího průběhu (viz. 2.2) lze získat elektronová teplota T_e a hustota n_e [Wes87, s. 546]. Fyzický tvar elektrody může ovlivnit měření – jedná se pak o jiný druh sondy (např. Katsumatova sonda [Kat96]).

Stěnová vrstva v okrajovém plazmatu (viz. 2.1) může ovlivňovat hodnoty měřených veličin na sondě a pro správnou interpretaci je vhodná korekce měření. Zkoumáním změn vzniklých v důsledku stěnové vrstvy a jejich korekcí se zabývá tato práce. Využil jsem k tomu simulace, ve kterých na rozdíl od fyzických experimentů mám přímý přístup nejen k datům naměřených na sondě, ale i k vlastnostem simulovaného plazmatu. Díky tomu mohu efektivně zkoumat rozdíl mezi reálným stavem a měřením.

Kapitola 2

Jevy ve stěnové vrstvě

Jak jsem již naznačil v kapitole 1, plazma okolo sondy se chová odlišně než plazma ve zbytku svého objemu. V této části toto chování popíšu do detailů nutných pro interpretaci mých výsledků.

2.1 Stěnová vrstva

2.1.1 Debyeovo stínění

Neuvažujeme-li magnetické pole, vzniká okolo všech předmětů v plazmatu efekt tzv. *Debyeova stínění* [Wes87, s. 35], při kterém vzniká stěnová vrstva (*sheath*). Vodivý předmět v plazmatu se ustálí na záporném potenciálu díky větší mobilitě elektronů (pokud není uměle nastaven na jiný potenciál). V ustáleném stavu pak stěnová vrstva odpuzuje elektrony a přitahuje ionty takovým způsobem, že celkový proud je nulový [Che74]. Průběh potenciálu ϕ v plazmatu popisuje Poissonova rovnice (zjednoduším problém na jednu dimenzi)

$$\nabla^2 \phi = -\frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0}. \quad (2.1)$$

Za iontovou (n_i) a elektronovou hustotu (n_e) můžeme dosadit výrazy plynoucí z předpokladů na energetické rozdělení jednotlivých částic (viz. [Che74, s. 25]) a po jejich zjednodušení pomocí rozepsání do Taylorovy řady a zanedbání členů vyšších řádů získáme

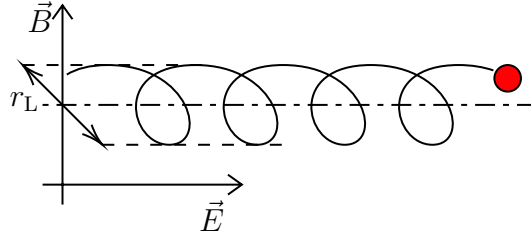
$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{ne^2}{\epsilon_0 k_B T_e} \phi, \quad (2.2)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta, T_e elektronová teplota plazmatu a n je hustota nerpouštěného plazmatu – v objemu daleko od stěny (v nekonečnu). Z rovnice 2.2 definujeme *Debyeovu délku* jako [Wes87, s. 36]

$$\lambda_D \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2}} \quad (2.3)$$

a pro průběh potenciálu u stěny nabitě na potenciál ϕ_0 dostáváme vztah

$$\phi(x) = \phi_0 \exp \frac{-|x|}{\lambda_D}, \quad (2.4)$$



Obrázek 2.1: Částice v elektrickém a magnetickém poli.

ze kterého plyne, že Debyeova délka je užitečnou mírou tohoto stínění. Stěnová vrstva bez magnetického pole pak má obvykle tloušťku několika Debyeových délek. V okrajové vrstvě plazmatu běžného tokamaku je $\lambda_D \approx 10^{-5}$ m.

2.1.2 Magnetizovaná stěnová vrstva

Pokud se plazma nachází v magnetickém poli, nabitě částice v něm začnou obíhat (viz. Obrázek 2.1) okolo magnetických indukčních čar s *Larmorovým poloměrem* [Che74, s. 33]

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}, \quad (2.5)$$

kde m a q je hmotnost respektive náboj částice a $v_{\perp}$ rychlost částice v rovině kolmé na magnetické pole. Larmorův poloměr (2.5) lze jednoduše odvodit z Lorentzova zákona

$$m\mathbf{a} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.6)$$

Gyrace částic v magnetickém poli má efekt na okraj plazmatu. U částic s dostatečně velkým Larmorovým poloměrem potom vzniká magnetizovaná stěnová vrstva, nazývaná také jako *Chodurova stěnová vrstva* (angl. *Chordura sheath*) [Cho82] (viz. Obrázky 2.2 a 2.3). Efekt je ale pozorovatelný zejména pokud magnetické pole se stěnou svírá malý úhel. Tloušťka magnetizované stěnové vrstvy je dána Larmorovým poloměrem, podobně jako je Debyeova stěnová vrstva (2.4) daná Debyeovou délkou. Pro charakterizaci okrajového plazmatu definujeme parametr ξ

$$\xi = \frac{\lambda_D}{r_L}. \quad (2.7)$$

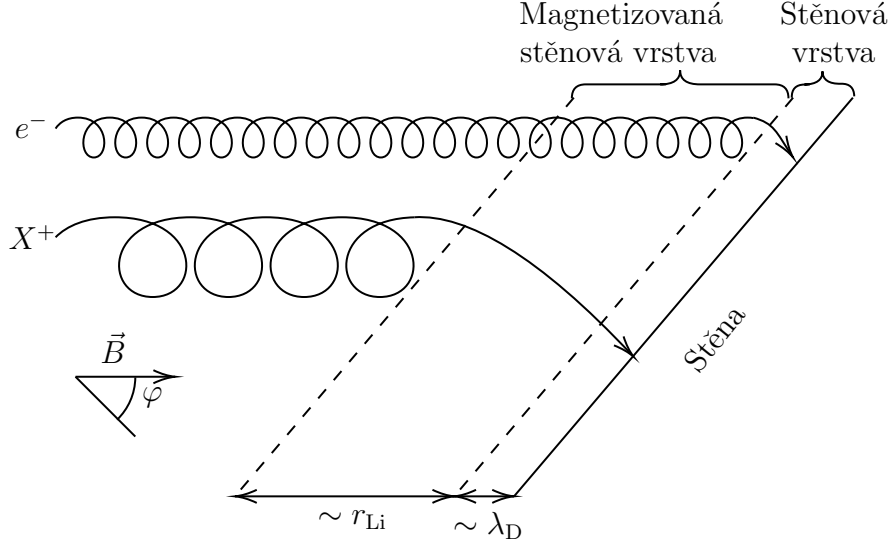
Pokud je $\xi < 1$, magnetizovaná stěnová vrstva zaniká. V tokamacích je obvykle hodnota ξ okolo 10 až 100.

2.1.3 Sheath Heat Transmission Factor γ

Z praktického hlediska je důležité znát energetický tok který dopadá přímo na stěnu zařízení. Ten je daný vztahem [Kal11, s. 41]

$$Q = n_e c_s k_B T_e \left[2.5 \frac{T_i}{T_e} + \frac{2}{1 - \delta_e} + 0.5 \ln \left(\frac{(1 - \delta_e^2) m_i / m_e}{2\pi(1 + T_i/T_e)} \right) \right], \quad (2.8)$$

kde T_e , T_i jsou teploty elektronů respektive iontů, m_e , m_i jejich hmotnosti a c_s rychlost zvuku v plazmatu. Vystupuje zde také koeficient δ_e , který reprezentuje sekundární emisi



Obrázek 2.2: Stěnové vrstvy v okrajovém plazmatu, převzato a upraveno z [Sta00].

elektronů, způsobenou odrazem od povrchu a dalšími efekty¹. Jelikož je tok částic $\Gamma = n_0 c_s$ ² (viz. 2.2.2), můžeme definovat

$$Q = \gamma \Gamma k_B T_e, \quad (2.9)$$

kde γ je *sheath heat transmission faktor*, který je definován jako [Sta00, s. 649]

$$\gamma \equiv 2.5 \frac{T_i}{T_e} + \frac{2}{1 - \delta_e} + 0.5 \ln \left(\frac{(1 - \delta_e^2) m_i / m_e}{2\pi(1 + T_i/T_e)} \right). \quad (2.10)$$

Pro práci s nabitými předměty (s omezením na menší potenciál než potenciál plazmatu) lze odvodit vzorec pro γ [Sta00, s. 652]

$$\gamma(V) = -\frac{eV}{k_B T_e} + \frac{2.5 T_i}{T_e} + 2 \left[\left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \left(\frac{2\pi m_e}{m_i} \right)^{-1/2} \right] \exp \left(\frac{eV}{k_B T_e} \right). \quad (2.11)$$

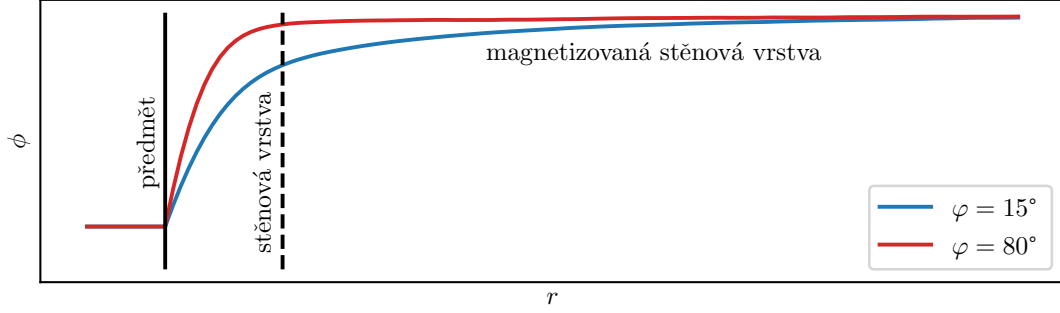
Rovnice 2.8, 2.10 a 2.11 hrají zásadní roli pro určení tepelného toku dopadajícího na stěnu zařízení pomocí Langmuirovy sondy, protože upraveným výstupem sondy je právě elektronová teplota plazmatu. Proto je znalost sheath heat transmission faktoru klíčová pro výpočet Q . Obvyklá hodnota γ pro vodíkové plazma se pohybuje mezi 5 až 15 (viz. 4.3).

2.2 Měření na sondě

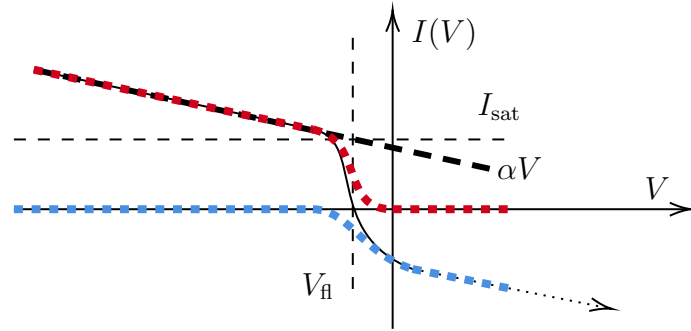
Při měření s Langmuirovou sondou získáváme jako výstup pouze proud na sondě. Můžeme ale variovat parametry měření – potenciál na sondě nebo hloubku zanoření sondy. V této části se zaměřím na to, jak teoreticky z výstupu měření určit další hodnoty důležité pro moji práci.

¹V simulacích ale tyto efekty nejsou zahrnuty a proto jsem počítal s $\delta_e = 0$.

²V našem případě uvažujeme tok plazmatu kolmý na stěnu, jinak je třeba přidat člen $\sin \alpha$.



Obrázek 2.3: Pokles potenciálu v plazmatu u předmětu a rozdílný efekt magnetizované stěnové vrstvy při různém úhlu magnetického pole – data ze simulace.



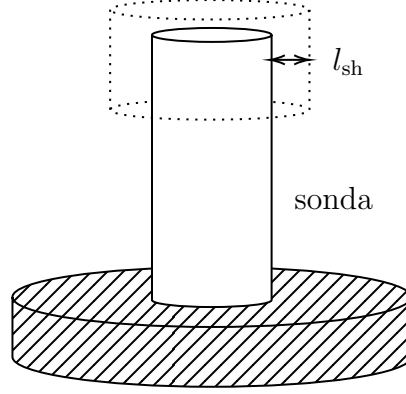
Obrázek 2.4: Teoretická voltampérová charakteristika Langmuirovy sondy.

2.2.1 Voltampérová charakteristika

Voltampérová charakteristika z Langmuirovy sondy se v plazmatu, se kterým budu pracovat, dá popsat třemi částmi [Che]:

- *Iontový saturovaný proud* I_{sat} – při nízkých napětích sondy se voltampérová charakteristika chová lineárně³. Koeficient úměry budu označovat jako α . Obvykle má nízké hodnoty a proto se zavádí aproximace ustálení na hodnotu I_{sat} (viz. Obrázek 2.4). V běžném případě, kdy je sonda mnohem větší než lokální Debyeova délka, lze průběh proudu v ní skutečně nahradit konstantou – proud je tak opravdu saturovaný. V případě, který popisuji, ovšem toto neplatí a důvodem klesání proudu je *efektivní expanze plochy sondy* se změnou potenciálového rozdílu mezi plazmatem a sondou. Proud sbíraný sondou je přímo úměrný její ploše, která se ovšem mění s tloušťkou stěnové vrstvy. Ta ovšem závisí na potenciálu sondy (viz. 2.3), takže sonda pro nižší potenciál sbírá částice z větší oblasti než pro vyšší.
- *Exponenciální část* - okolo plovoucího potenciálu plazmatu V_{fl} má charakteristika exponenciální průběh [AF89, s. 118]. Dochází k přechodu mezi iontovým saturovaným proudem a elektronovým proudem I_e .
- *Elektronový proud* I_e – podobně jako u I_{sat} lze I_e v tokamaku aproximovat konstantou. Touto částí se ale v práci zabývat nebudu, omezím se na $I(V)$, $V < V_{\text{fl}}$.

³Pro moji práci je to dostatečná aproximace, situace je jinak složitější (popis např. zde [Tsu+18]).



Obrázek 2.5: Expanze efektivní plochy sondy.

Vybranou část voltampérové charakteristiky ($V < V_{fl}$) budu popisovat vzorcem [Pod19]

$$I(V) = I_{sat} \left[1 - \exp \left(\frac{e(V - V_{fl})}{k_B T_e} \right) \right] + I_{sat} \alpha (V - V_{fl}), \quad (2.12)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta a T_e elektronová teplota plazmatu. Je zřejmé, že první člen zodpovídá za exponenciální část, zatímco druhý za lineární expanzi iontového saturovaného proudu.

2.2.2 Měření vlastností plazmatu

Poté, co měřením voltampérové charakteristiky Langmuirovou sondou získám I_{sat} a V_{fl} , chci získat další vlastnosti plazmatu.

Z Bohmova kritéria, které dává podmínku pro částice vstupující do oblasti stěnové vrstvy [Rie91],

$$v_{se} \geq c_s \equiv \sqrt{\frac{k_B T_e + k_B T_i}{m_i}}, \quad (2.13)$$

budu počítat s rychlostí částic ve stěnové vrstvě v_{se} jako s rychlostí zvuku c_s [Sta00, s. 76], potom můžu pro tok částic dopadajících na plochu Γ vyjádřit jako

$$\Gamma = n v_{se} \equiv n c_s \quad (2.14)$$

a pro celkový proud na sondu (uvažujeme-li záporný potenciál sondy) bude platit [Pod19]

$$I_{sat} = q \Gamma A = q n c_s A, \quad (2.15)$$

kde q je náboj uvažovaných částic a A plocha sondy (viz. 2.3). Pro tepelný tok na sondu bude platit [Kal11]

$$Q = \gamma k_B T_e \frac{I_{sat}}{qA}, \quad (2.16)$$

kde γ je sheath heat transmission faktor (viz. 2.1.3).

2.3 Efektivní plocha sondy

Z rovnice 2.16 je zřejmé, že k určení Q je třeba znát plochu sondy. Jedná se ale o *efektivní plochu sondy*, neboť s rostoucím rozdílem potenciálů mezi sondou a plazmatem sbírá sonda částice z rozšířené oblasti (viz. 5.2).

Tato expanze má příčinu v rozšiřování stěnové vrstvy. Důsledkem mj. je, že se proud ve voltampérové charakteristice neustálí v oblasti záporného napětí na I_{sat} , ale sleduje lineární závislost (obr. 2.4). Existují práce, které se zabývají tím, jak se mění efektivní geometrie sondy v závislosti na jejím potenciálu [Tsu+18; Ber02; Pod19].

2.3.1 Child-Langmuirův zákon

Pro popis změny tloušťky stěnové vrstvy okolo sondy se často používá *Child-Langmuirův zákon* [Che74, s. 242], přesněji jeho upravená forma [Tsu+18]

$$l_{\text{sh}} = \lambda_{\text{D}} \left(\frac{|\Delta V|}{k_{\text{B}} T_{\text{e}} / e} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (2.17)$$

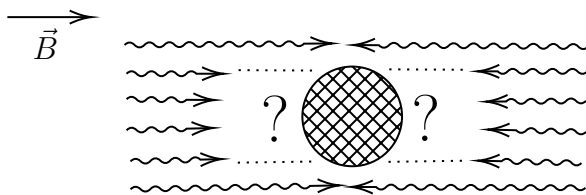
kde l_{sh} je délka stěnové vrstvy (viz. Obrázek 2.5) a ΔV rozdíl potenciálu na sondě oproti potenciálu plazmatu: $\Delta V = V_{\text{s}} - V_{\text{pl}}$.

Kapitola 3

Motivace

Dosud není znám vzorec, který by dokonale popisoval efektivní plochu sondy. Child-Langmuirův zákon (2.3.1) sice popisuje zvětšení stěnové vrstvy okolo sondy, to ale neřeší celý problém. Nachází-li se sonda v magnetickém poli, počítat pouze s Debyeovou stěnovou vrstvou je nepřesné. V tokamacích se sonda obvykle nachází v kolmém magnetickém poli (pole je téměř rovnoběžné se stěnou tokamaku). Částice se pohybují podél magnetických siločar a tak se do kontaktu se sondou dostávají převážně v jednom pruhu (viz. Obrázek 3.1). Nevyřešenou otázkou je, jestli je dominantní právě toto *magnetické stínění*, nebo *potenciálová jáma*, kterou sonda tvoří svým napětím. Dále není zřejmé, jaký vliv na poměr mezi těmito jevy má samotná geometrie sondy. Odpovědi mohou zpřesnit měření Langmuirovou sondou. Tato práce se snaží ukázat poměr mezi těmito jevy a jeho závislost na geometrii sondy. Díky simulacím v modelu SPICE2 je možné získat data k identifikaci jevů a jejich vlivu. Ze získaných výsledků upravuji data z měření na tokamaku GOLEM.

K dalšímu zpřesnění zpracování dat jsem také simuloval faktor γ a jeho závislost na koncentraci zbytkových plynů v tokamaku. Tento faktor je bez srovnání s jinými měřicími metodami, jako je např. snímání infračerveného záření, obtížné naměřit ve skutečnosti, nejen kvůli efektivní expanzi plochy sondy. Simulace tohoto faktoru je tak důležitým zpřesněním měření tepelného toku na tokamaku.



Obrázek 3.1: Problém efektivní expanze plochy Langmuirovy sondy.

Kapitola 4

Simulace

Jak jsem již v této práci nastínil, simulace plazmatu mohou některé problémy řešit výrazně efektivněji než reálné experimenty. Na rozdíl od fyzických experimentů získám v simulaci nejen hodnoty z měření, ale i popis simulované „reality“. Mohu tak přímo porovnat jak dobře odpovídá simulované měření této „realitě“. Aby bylo možné závěry ze simulací aplikovat ve skutečné realitě, je důležité aby se od ní simulace lišily co nejméně.

4.1 Principy simulací

Tokamakové plazma je možné simulovat pomocí mnoha zásadně odlišných principů, které jsou podle svých vlastností vhodné pro popis různých částí plazmatického výboje. Zaměřím se hlavně na metodu *particle-in-cell* (PIC), protože simulace SPICE2 (4.2), kterou jsem používal, je založena na tomto principu. Letmo popíši i ostatní přístupy v části 4.1.2.

4.1.1 Particle-in-cell (PIC)

Particle-in-cell [BL91, s. 155] je modelovací technika, která zjednodušuje výpočet silového působení mezi částicemi v plazmatu. Jedná se o mikroskopický přístup simulace – zaměřuje se na pohyb částic samotných. Jejich pohyb popisuje pohybová rovnice 2.5. Magnetické pole se obvykle nastaví pevně, zatímco elektrické pole je řešeno pomocí Poissonovy rovnice [Kom11]

$$\Delta\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi. \quad (4.2)$$

Známe-li hodnotu lokální hustoty náboje ρ , můžeme takto vynechat výpočet silové interakce mezi všemi simulovanými částicemi pomocí Coulombova zákona

$$F_i = \sum_{j=0}^n F_{ij} = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=0}^n \frac{q_j}{r_{ij}^2}. \quad (4.3)$$

Tento výpočet by měl náročnost $\sim n^2$. Pro praktické účely simulace regionů větších než mm^3 (což je obvykle třeba) by byl nepoužitelný. Proto jej nahrazujeme výpočtem využívajícím Poissonovu rovnici. K tomu se zavádí prostorová mřížka, kde lokální hustota náboje ρ je počítaná pouze na uzlech mřížky, její určení je úměrné pouze počtu

částic n . Zároveň se namísto s jednotlivými částicemi počítá s *makročásticemi* [Kom11], obsahujících obvykle okolo 10^6 – 10^7 částic.

Jako u ostatních simulací jsou zde požadavky na diskretizaci jak prostorového, tak časového kroku, aby simulace zůstala *stabilní* [Bub]. PIC simulace jsou vhodné pro modelování oblastí nesplňujících podmínku kvazineutality ($n_e \neq n_i$) a nekladou žádné další podmínky na energetické rozdělení částic, což jsou právě oblasti okrajového plazmatu.

4.1.2 Ostatní přístupy

Kromě PIC metody existují obdoby mikroskopických simulací uvažující plazma jako směs částic, řeší potom podobné problémy jako PIC [BL91]. Zajímavý je gytokinetický přístup [Gra+16], ve kterém se zanedbá gyrace částice v magnetickém poli a simuluje se pouze trajektorie gyračního středu. Takový popis je ale nevhodný pro modelování magnetizované stěnové vrstvy, ve které je gyrace částice klíčová (viz. 2.1).

Pro modelování rozsáhlých oblastí plazmatu (jako např. celého tokamaku nebo plazmatu kosmu) jsou PIC simulace zbytečně náročné. Využívá se magnetohydrodynamického popisu plazmatu (MHD) a rovnic podobných rovnicím pro popis tekutin. Mohou sloužit k simulaci nestabilit [SH01] nebo interakcí neutrálů v plazmatu [MS12]. Pro odvození rovnic, na kterých jsou tyto simulace založeny, se ovšem uvažuje, že rozdělení rychlostí částic plazmatu je maxwellovské, což není vždy vhodný popis.

4.2 SPICE 2

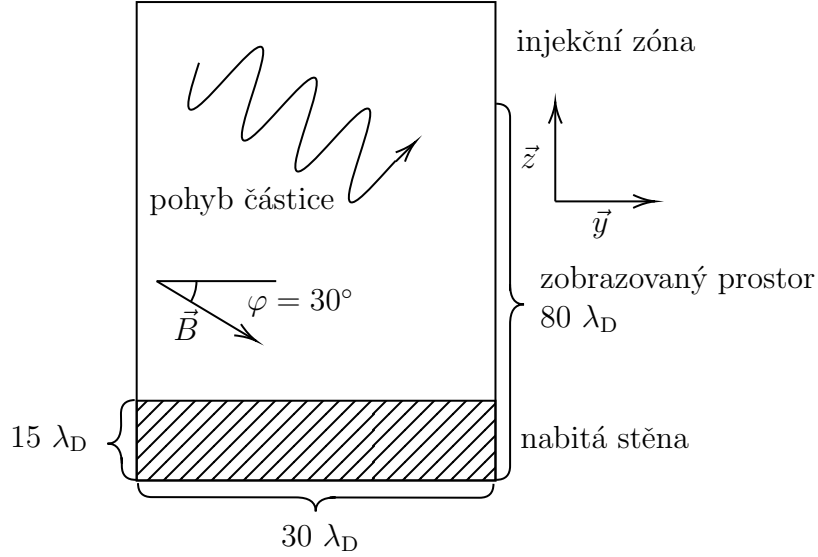
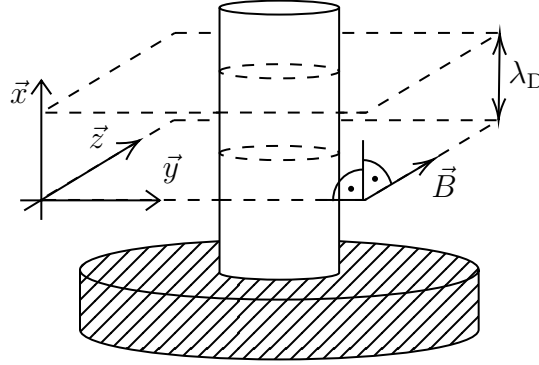
SPICE2 (Sheath Particle In Cell) je simulace dvourozměrných regionů s třírozměrnými rychlostmi (2D3V). Vývoj začali J. P. Gunn a R. Dejarnac [DG07] v roce 2004 a kód je nyní dále vyvíjen zejména M. Kommem [Kom11] a A. Podolníkem [Pod19] na Ústavu fyziky plazmatu AV ČR.

Model napsaný v jazyce Fortran používá k výpočtu pohybu částic metodu Leapfrog [Bun67]. Ke zrychlení výpočtu je využito paralelizace pomocí tzv. doménové dekompozice, kdy se pracovní prostor rozdělí na diskrétní úseky přiřazené jednotlivým procesorům. Částice se do prostředí dostávají z tzv. *injekčních zón*, umístěných na okraji prostředí (viz. Obrázek 4.1) [Kom11]. Důležitou součástí modelu je také normalizace pracovního prostoru, kdy je např. vzdálenost normalizována Debyeovou délkou příslušející vstřikovanému plazmatu, více v [Kom11]. Tato normalizace je pak výhodná při simulování více sad parametrů v jednom běhu, ale přináší nutnost přepočítávání získaných výsledků na jednotky SI.

4.3 Simulace Sheath Heat Transmission faktoru γ

K výpočtu tepelného toku Q z proudu na sondu I_{sat} (viz. 2.16) jsem simuloval pohyb plazmatu s magnetickým polem pod úhlem $\varphi = 30^\circ$ na stěnu tokamaku (Obrázek 4.1). Z těchto simulací jsem znal všechny členy rovnice a mohl si vyjádřit γ jako

$$\gamma = Q \cdot \left(k_B T_e \frac{I_{\text{sat}}}{qA} \right)^{-1}. \quad (4.4)$$

Obrázek 4.1: Schéma nastavení simulace γ .

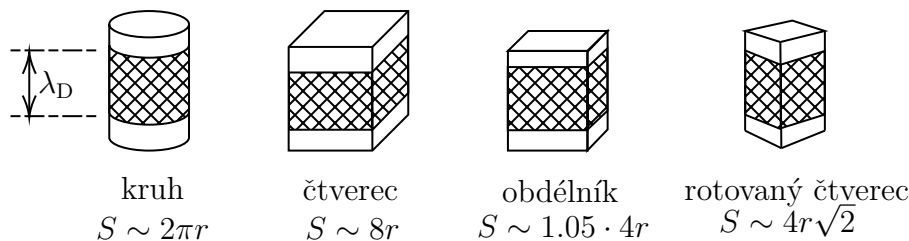
Obrázek 4.2: Geometrie simulace Langmuirovy sondy.

Částice, které se generovaly v injekční zóně v horní části simulované oblasti postupně zaplnily zobrazovaný prostor (viz. Obrázek 4.1) a po ustálení se začaly měřit simulované hodnoty. Na bočních krajích simulace byly nastaveny periodické podmínky. Spodní stěna absorbovala všechny částice (zpětný odraz δ byl tedy nulový) a model ukládal tuto informaci jako proud na stěnu.

Varioval jsem parametr τ , definovaný jako $\tau = T_i/T_e$, potenciál stěny a poměr koncentrací vodíku a helia (v tokamaku GOLEM se střídavě používají oba plyny, takže je zajímavé sledovat závislost γ na případných zbytcích směsi). Poměr koncentrací k_H/k_{He} jsem realizoval dvěma způsoby: simulací dvou rozdílných druhů částic (helium a vodík) vypuštěných ve správných poměrech a simulací jednoho druhu částice se zprůměrovanými parametry odpovídajícími koncentraci plynů. Sledoval jsem potom rozdíly mezi těmito simulacemi (viz. 5.1).

4.4 Simulace Langmuirovy sondy

Hlavním tématem této práce je simulace Langmuirovy sondy. Simuloval jsem sondu v průřezu (Obrázek 4.2). Plocha 2D simulace byla v rovině yz . „Hloubka“ dvourozměrné simulace podél osy x odpovídá jedné Debyově délce λ_D . To je důležité pro vypočítání plochy



Obrázek 4.3: Použité tvary Langmuirovy sondy.

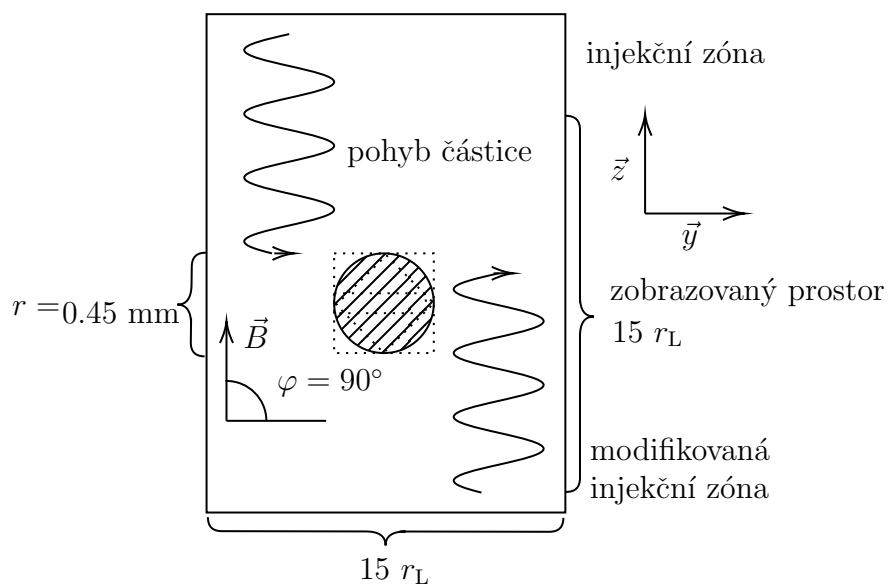
sondy, na kterou bude dopadat tok částic¹. Parametry plazmatu jsem se snažil co nejvíce přiblížit plazmatu v tokamaku GOLEM, ze kterého jsem bral experimentální data. Použil jsem $B = 0.8 \text{ T}$ a $n = 10^{18} \text{ m}^{-3}$, simulovaným plynem bylo deuterium.

Magnetické pole bylo rovnoběžné s osou z (viz. Obrázek 4.4) a částice se podél tohoto pole pohybovaly k sondě. Polovina částic byla generovaná v injekční zóně, podobně jako u simulací γ . Injekční zóna vytvořená na protější straně simulace má v modelu SPICE2 jen omezená nastavení a ne všechna funkcionality je pro její zavedení přístupná, a tak byly částice vstřikovány v nejbližším možném nastavení². Vstřikovány byly částice s maxwellovskou rychlostní distribucí, přesněji její polovinou (pohybovaly se pouze jedním směrem). Při simulování byl opět ponechán čas pro ustálení před zaznamenáváním hodnot. Na bočních hranách byly nastaveny periodické podmínky.

Varioval jsem rozdíl potenciálu sondy a plazmatu V , přičemž jsem se zabýval hlavně případy $V < V_{\text{fl}}$. V těchto případech je SPICE2 také stabilnější. Dále jsem varioval elektronovou teplotu plazmatu T_e , ve většině simulací mezi 5 eV a 20 eV, v jednom případě jsem vyzkoušel i vyšší hodnoty 30 eV a 40 eV, abych potvrdil trendy veličin. K pochopení způsobu expanze plochy sondy (odkud přibývající částice při zvyšování napětí pocházejí, jakým tvarem se sonda rozšiřuje, viz. 5.2) jsem varioval i tvary sondy – válcovou, a několik kvádrových, budu je nazývat podle průřezu (viz. Obrázek 4.3) jako *kruhová*, *čtvercová*, *rotovaná čtvercová* a *obdélníková*.

¹Simulace s "hloubkou" nemusí působit jako 2D simulace, tento rozměr ale není možné v simulaci regulovat a částice se v tomto směru nepohybují (každá částice má pouze souřadnice y a z). Při výpočtu veličin, jako je proud sbíraný jednotkou plochy, ale díky normalizaci prostorové souřadnice na Debyeovu délku dochází i k neodmyslitelnému započítání tloušťky pracovní oblasti, kterou je pro přepočet modelovaných veličin na jednotky SI nutno zohlednit.

²Toto může být důvod rozdílů některých výsledků, což budu později diskutovat.



Obrázek 4.4: Schéma nastavení simulace Langmuirovy sondy.

Kapitola 5

Výsledky

5.1 Výsledky simulace Sheath Heat Transmission faktoru γ

Pro získání odhadu faktoru γ v tokamaku jsem tento faktor simuloval, přičemž jsem varioval $\tau = T_i/T_e$, poměr helia a vodíku v plazmatu (oba plyny se střídavě používají v tokamaku GOLEM) $K = k_H/k_{He}$ a zkoušel jsem simulovat problém jako systém dvou druhů iontů, nebo pouze jednoho druhu iontů (viz. 4.3).

Výsledky simulací se trendem shodovaly s predikcí (2.11), která hodnoty podhodnocovala. Jako nevhodná se ukázala metoda se simulací pouze jednoho druhu iontů, která vykazovala zcela odlišné trendy než predikce a dvouiontová simulace. To je pravděpodobně způsobeno tím, že vlastnosti částic se nutně nemusí škálovat lineárně se změnou hmotnosti částice. To je ale nutný předpoklad pro to, abychom mohli hmotnosti zprůměrovat. Například hmotnostní hustota $\rho = m/V$ nebo hybnost částic $p = mv$ bude stejná jako v simulaci o dvou druzích částic, ale střední rychlost částic při vstupu do simulace (a tedy jejich kinetická energie) závisí na odmocnině z hmotnosti ($v \sim \sqrt{k_B T/m}$).

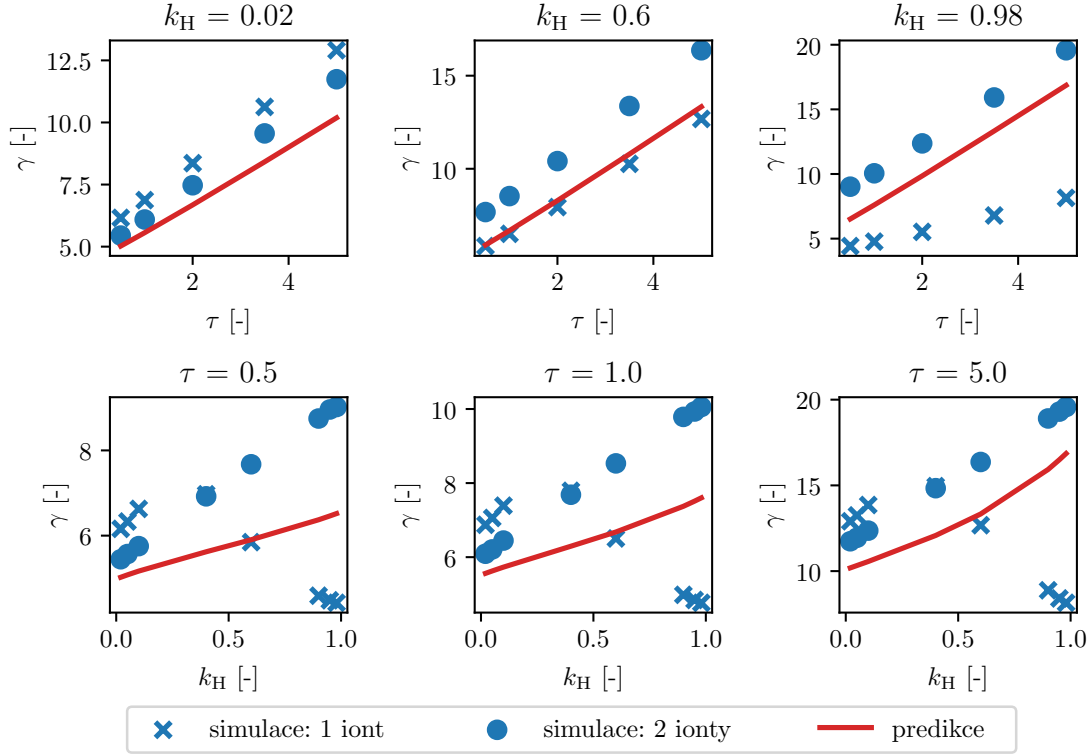
Z výsledků (Obrázek 5.1) budu pro GOLEM uvažovat $\tau = 1$, $k_H = 0.98$ a ze simulací si opravím faktor $\gamma_{\text{predikce}} \approx 6.945$ podle predikce na $\gamma_{\text{oprava}} = 10.054\,149 \pm 0.000\,003$ podle simulace. Odhad nejistoty simulace jsem spočítal přes směrodatnou odchylku proudu na stěnu v simulaci. Nejistota je tak daná délkou simulace, která byla v tomto případě dostatečná na to, aby byla nejistota zanedbatelná. Větší nejistotu u nasimulované hodnotě potom bude způsobovat rozdíl mezi zadanými parametry do simulace a hodnotami parametrů ve skutečnosti (např. rozdíly v hustotě plazmatu).

5.2 Výsledky simulace Langmuirovy sondy

U simulací Langmuirovy sondy jsem varioval elektronovou teplotu T_e , rozdíl potenciálu plazmatu V a tvary sondy (viz. 4.4). Vzhledem k mým cílům (viz. 3), jsem postupoval následovně:

- Z nasimulovaného proudu na sondu jsem vytvořil voltampérové charakteristiky¹. Voltampérové charakteristiky jsem nafitoval podle vzorce 2.12 a získal tak koeficient

¹To bych naměřil i při reálném experimentu.


 Obrázek 5.1: Výsledky simulace sheath heat transmission faktoru γ .

α popisující zvětšování sondy v závislosti na V . Zkoumal jsem závislost α na T_e a porovnal jsem také tyto závislosti vůči jednotlivým geometriím sondy. Měly by odpovídat Child-Langmuirově zákonu (2.3.1).

- Dále jsem si rozdělil sondu na poloviny² a zkoumal poměr toku částic způsobeného magnetickým stíněním a toku částic způsobeného potenciálovou jámou sondy. Původ částic z těchto toků jsem zkoumal pomocí zobrazení proudnic částic v plazmatu a jejich interakce se sondou³, což znovu zkoumá poměr jevů v okolí sondy.
- Geometrii expanze plochy sondy jsem zkoumal zobrazením tvaru elektrického pole v okolí sondy.

Tyto jednotlivé kroky a jejich výsledky podrobně popíši v následujících podkapitolách.

5.2.1 Voltampérové charakteristiky

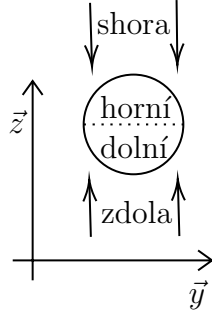
Pro jednotlivé elektronové teploty T_e jsem nasimuloval voltampérové charakteristiky. Fitováním vztahu

$$I(V) = I_{\text{sat}} \left[1 - \exp \left(\frac{e(V - V_{\text{fl}})}{k_B T_e} \right) \right] + I_{\text{sat}} \alpha (V - V_{\text{fl}}), \quad (5.1)$$

jsem získal koeficienty α . Na Obrázku 5.3 jsou zobrazeny tyto voltampérové charakteristiky s nafitovanou funkcí. Na ose x je použito *normalizované napětí* $V[\text{norm.}]$, které je

²Toto už by bylo v reálném experimentu bylo těžko proveditelné.

³To už je v reálném experimentu neproveditelné.



Obrázek 5.2: Pojmenování směrů v prostředí a částí sondy.

výstupem simulace a pro napětí ve voltech $V[V]$ platí, že

$$V[V] = T_e[\text{eV}] \cdot V[\text{norm.}] . \quad (5.2)$$

Normalizované napětí se hodí pro zobrazení voltampérových charakteristik, protože činí graf přehlednější⁴. V tomto zobrazení je také možné srovnávat vliv geometrie sondy pro různé elektronové teploty najednou.

Podle Child-Langmuirova zákona platí

$$l_{\text{sh}} = \lambda_D \left(\frac{e|V|}{k_B T_e} \right)^{\frac{3}{4}} \approx \lambda_D \left(\frac{e}{k_B} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \beta \frac{|V|}{T_e} , \quad (5.3)$$

kde jsem linearizoval závislost l_{sh} a tedy efektivní plochy sondy na T_e a V . To mohu udělat za předpokladů popsaných v části 2.2.1, jedná se právě o lineární část voltampérové charakteristiky. Získaný výraz mohu dále upravit dosazením Debyeovy délky

$$\lambda_D \left(\frac{e}{k_B} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \beta \frac{|V|}{T_e} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n e^2}} \cdot \left(\frac{e}{k_B} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \beta \frac{|V|}{T_e} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B}{n e^2}} \cdot \left(\frac{e}{k_B} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \beta |V| \cdot \frac{1}{\sqrt{T_e}} . \quad (5.4)$$

Z toho vychází predikce pro závislost koeficientu α na elektronové teplotě

$$\alpha \sim T_e^{-\frac{1}{2}} . \quad (5.5)$$

To jsem ověřil fitováním (viz. 5.4). Pro kruhovou sondu (ostatní sondy se chovaly velmi podobně) mi vyšlo

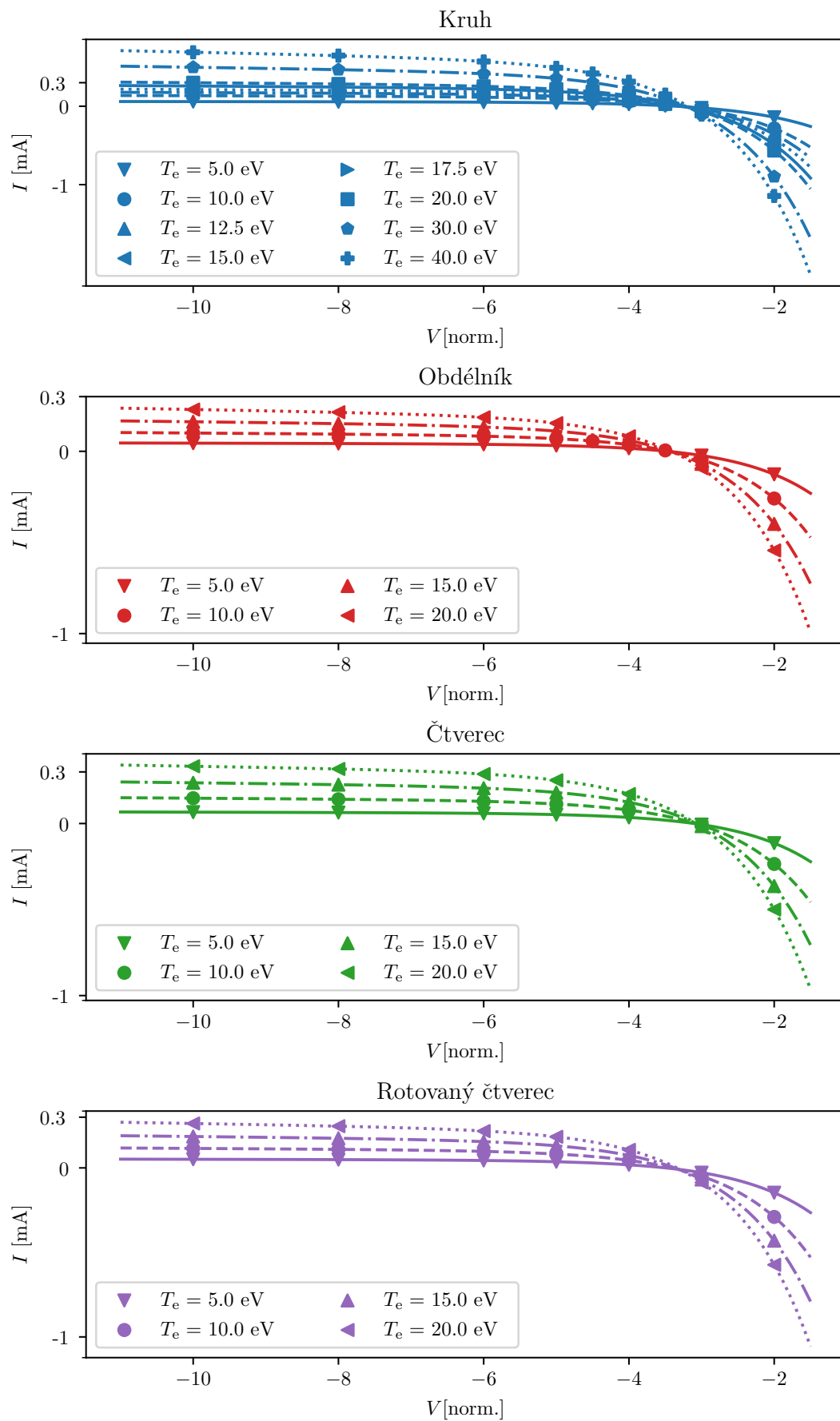
$$\alpha(T_e) = (0.0071 \pm 0.0001) \cdot T_e^{-\frac{1}{2}} . \quad (5.6)$$

Tuto závislost později použiju pro úpravu dat z tokamaku GOLEM (5.3). Nejistota nanačena ve grafu je vypočítána jako směrodatná odchylka fitu voltampérové charakteristiky. Nejistota v samotném výsledku závislosti $\alpha(T_e)$ pochází ze směrodatné odchylky fitu této závislosti.

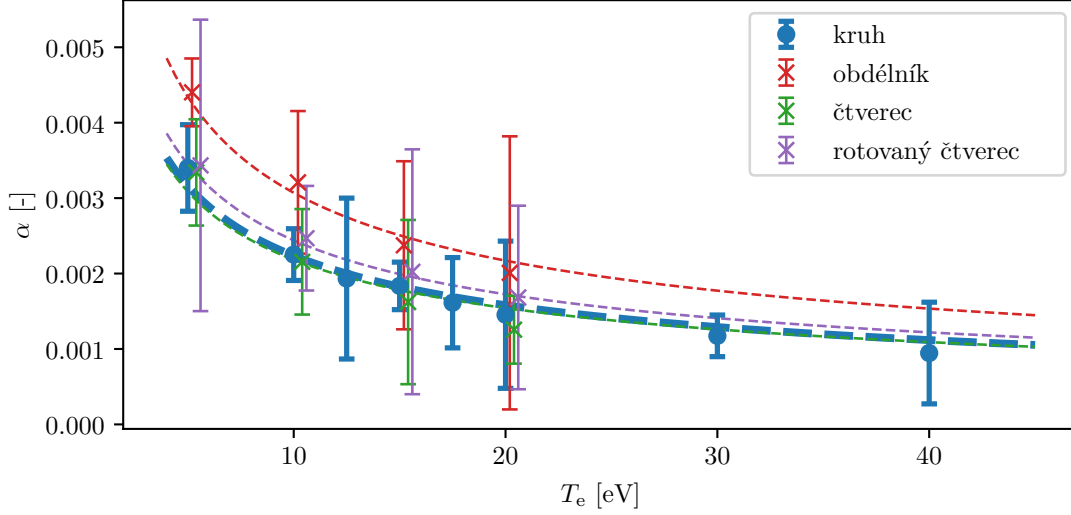
5.2.2 Poměry toku částic na části sondy

Vyjdu ze schématu simulace Langmuirový sondy (4.4) s magnetickým polem $\vec{B}$ rovnoběžným s osou $\vec{z}$. Částice se potom pohybují hlavně směrem $\vec{z}$ (částice *zdola*) a $-\vec{z}$ (částice *shora*) podle toho, z jaké injekční zóny byly vypuštěny. To je informace, kterou

⁴Voltampérové charakteristiky se reálně nenachází ve stejných intervalech napětí.



Obrázek 5.3: Voltampérové charakteristiky pro jednotlivé geometrie sondy s nařítovaným průběhem.

Obrázek 5.4: Nafitování koeficientů α .

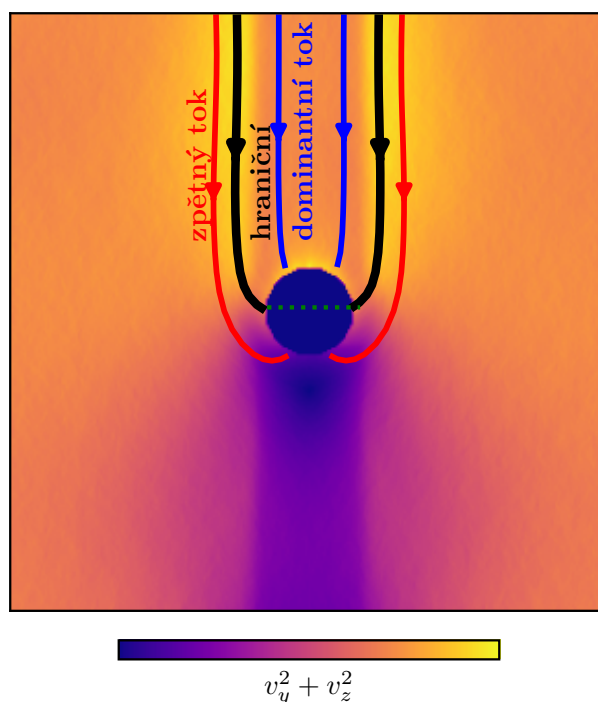
mám ve výsledku simulace přístupnou (mohu si například zobrazit pouze částice z horní injekční zóny (částice shora)), a proto ji budu používat jako kritérium pro rozdělení částic. Sondou si rozpůlím rovnoběžkou s osou $\vec{y}$. Polovinu, na kterou primárně dopadají částice shora (tj. z horní injekční zóny) si označím jako *horní* a druhou polovinu, na kterou primárně dopadají částice zdola, analogicky *dolní* (tedy částice z dolní injekční zóny) (viz. Obrázek 5.2).

Díky simulaci mohu určit nejen jaký tok částic zdola padá na sondu, ale také kam přesně na sondě dopadá (s rozlišením mřížky simulace). Všechny částice z jednoho směru (zdola nebo shora), které dopadnou na polovinu k nim natočenou (v případě částic zdola to bude dolní polovina) budu považovat za částice zachycené magnetickým stíněním – *dominantní tok*. Naopak částice, které proletěly kolem sondy, ale byly zpět přitaženy a zachyceny sondou budu považovat za částice zachycené potenciálovou jámou – *zpětný tok*.

Charakteristické proudnice (trajektorie částic) jsou zobrazeny na Obrázku 5.5. Z něj vidíme, že částice ze zpětného toku stále pochází z magnetického pruhu, vytvořeného sondou. Zvýšení napětí na sondě (a tedy zvětšení potenciálové jámy) nezvětší oblast kruhově symetricky, ale rozšíří magnetický pruh o více částic ze zpětného toku.

Tuto tezi jsem ověřoval pomocí poměru dominantního a zpětného toku (viz. Obrázek 5.6). Graf ukazuje, že tento poměr s klesajícím napětím klesá – rostoucí potenciálová jáma vyrovnává poměr mezi zpětným a dominantním tokem. Dominantní tok ale s klesajícím napětím také roste – s nižším napětím je více částic přitaženo nejen na zadní, ale také na přední polovinu sondy. Tam ale od začátku proudí větší množství částic, a tak se celkový poměr snižuje. Zároveň graf zobrazuje rozdíl mezi toky na horní a dolní polovinu. Tento rozdíl může být způsoben rozdílným vstřikováním částic do simulace, v jednom případě bez injekční zóny (viz. 4.4).

Obdobně jsem sledoval poměr mezi dominantním a zpětným tokem v závislosti na elektronové teplotě. S rychlejším pohybem částice je celkový tok plazmatu $\Gamma = n_0 c_s$ vyšší a tak je i efekt potenciálové jámy větší i vůči magnetickému stínění. Potenciálová jáma



Obrázek 5.5: Zobrazení hlavních proudnic v plazmatu ze simulace.

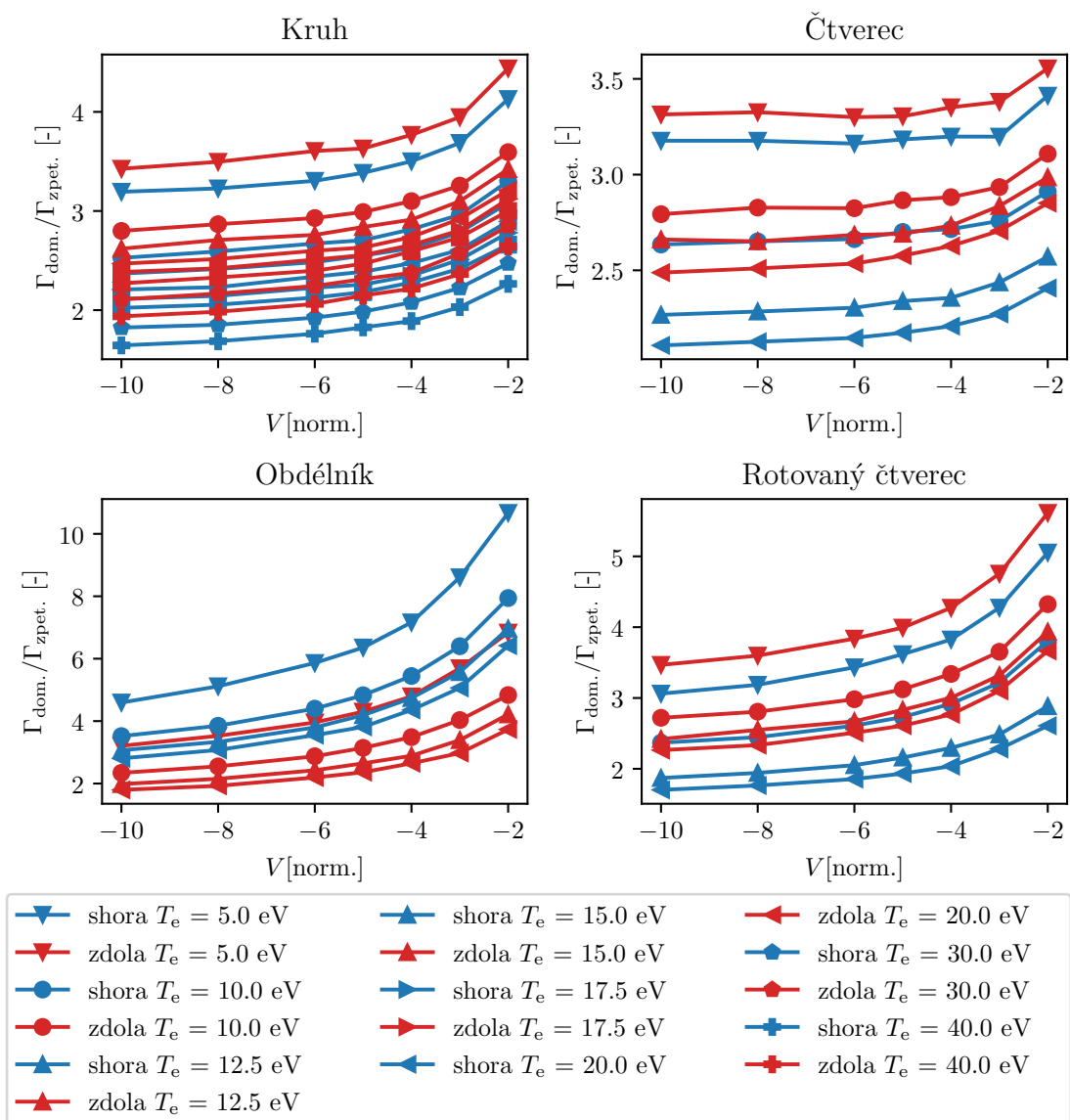
se zvětšuje přibližně jako kruh kolem sondy, zatímco stínění tvoří pouze pruh o téměř neměnné šířce - není to tedy výseč kruhu. Poměr efektů tak bude klesat.

Abych ověřil, že částice dopadající zpětným tokem na sondu, jsou skutečně z magnetického pruhu, trasoval jsem pomocí pole rychlostí spočítaného modelem původ částic z proudnic⁵. Šířku rozdílů jsem násobil hustotou v dané šířce (viz. Obrázek 5.7), abych získal tok částic v daném intervalu. Poměr těchto toků odpovídá hodnotám zpětného a dominantního toku a zhruba dodržuje podobné trendy popsané dříve (viz. Obrázek 5.8). Důležitým zjištěním je, že by bylo možné popsat Langmuirovu sondu pouze za použití magnetického stínění, pokud by se zahrnul efekt potenciálové jámy jako rozšíření magnetického pruhu. Tím se už ale tato práce nezabývá.

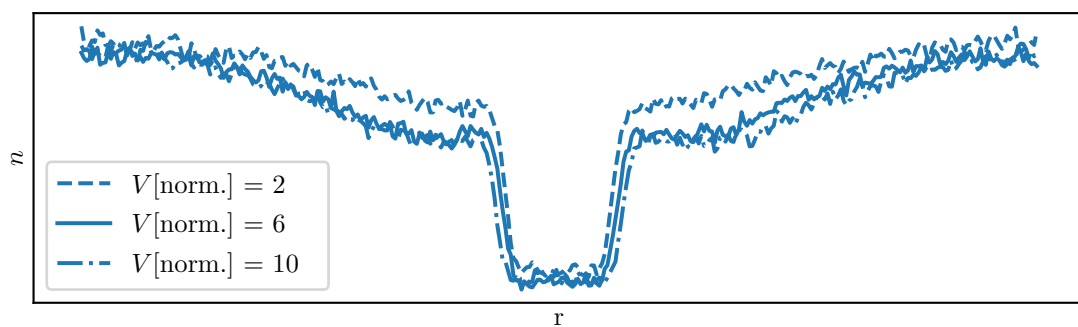
5.2.3 Geometrie expanze plochy sondy

Zkoumal jsem také vliv geometrie sondy na zachycený proud. Pokud by byl přítomen pouze efekt magnetického stínění, roli na velikost proudu by hrála pouze šířka sondy. Jak vidíme na Obrázku 5.9, mezi sondami jsou rozdíly v tocích na ně. Tento rozdíl nejspíš vzniká rozdílným tvarem elektrického pole okolo rozdílných tvarů. Tento tvar lze popsat pomocí součtu všech nabitých bodů, to ale problém obvykle nezjednoduší a byl by stále třeba řešit numericky. Poměr ale relativně odpovídá poměru reálných ploch, a v závislosti na klesajícím napětí klesá. To znamená, že různé tvary se s prohlubováním potenciální jámy připodobňují. To koresponduje s teorií elektromagnetismu.

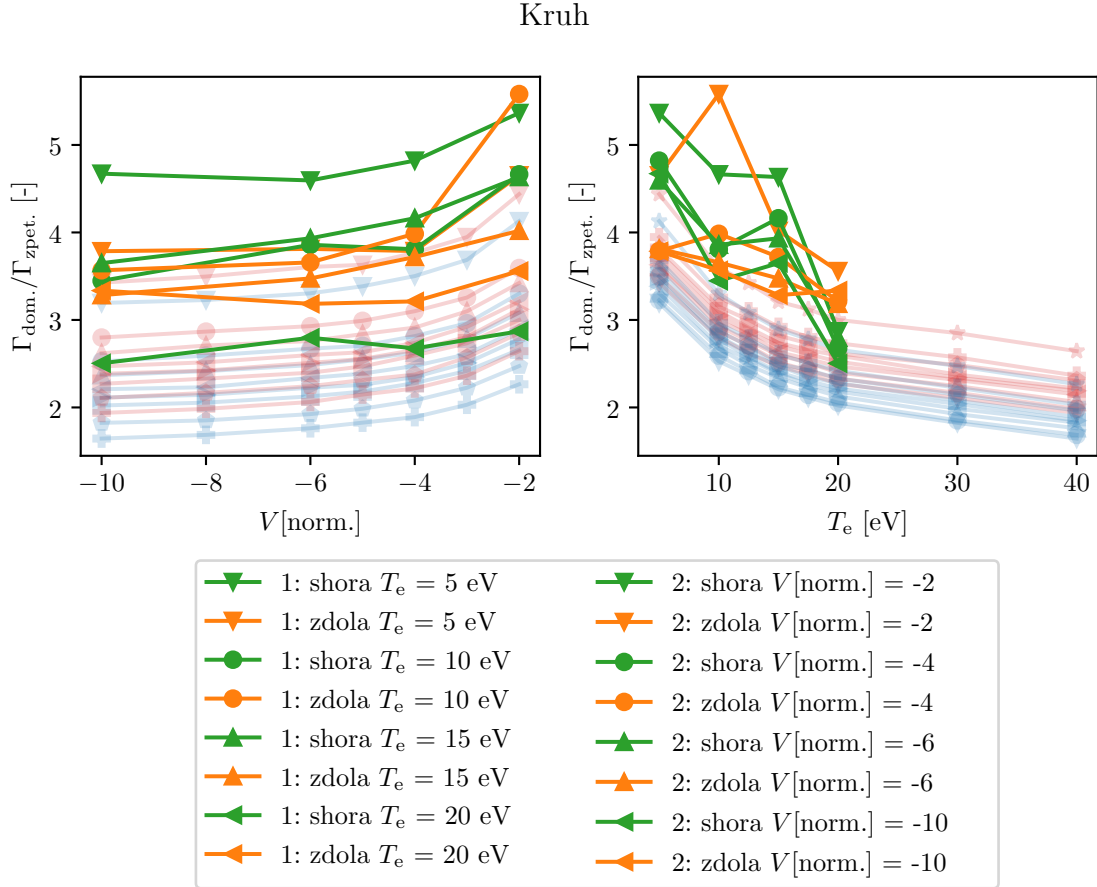
⁵Jde o *původ* částic, nikoliv způsob jakým se na sondu dostaly - což je stále potenciálová jáma.



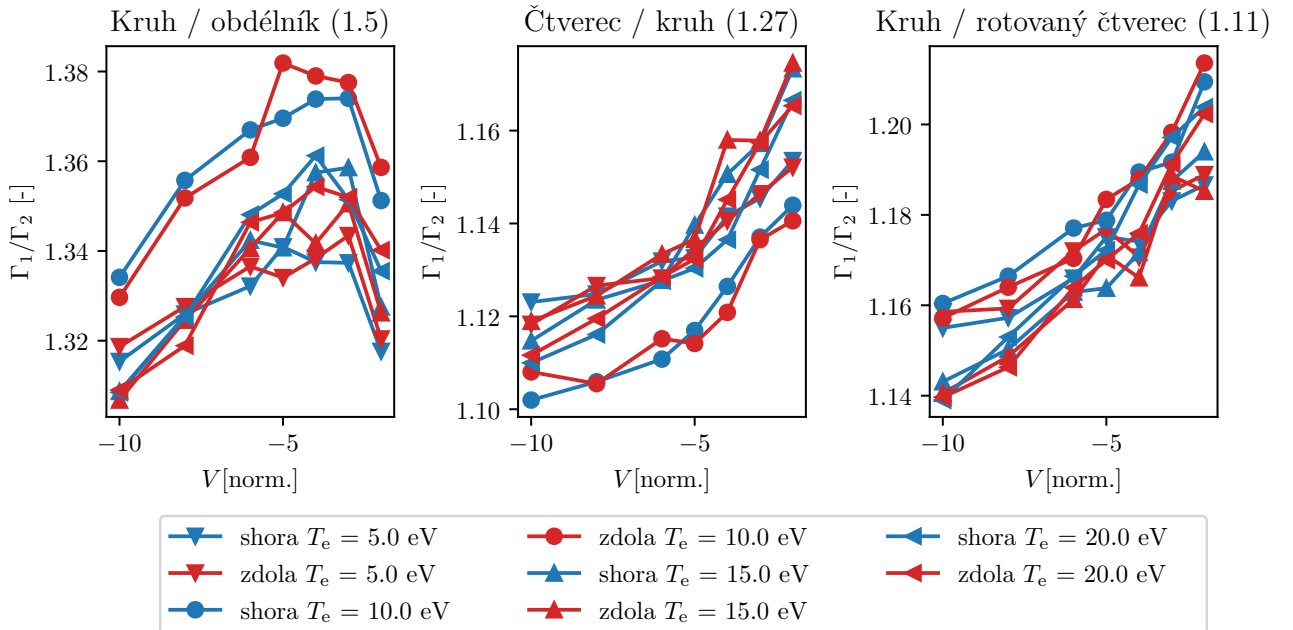
Obrázek 5.6: Poměr dominantního a zpětného toku pro různé tvary sondy.



Obrázek 5.7: Hustotní profil ve vodorovném směru na okraji simulovaného prostoru.



Obrázek 5.8: Poměr zpětných a dominantních toků v okraji magnetického pruhu pro kruhovou sondu.



Obrázek 5.9: Poměr toků na sondu u různých tvarů sondy.

5.3 Úprava dat z tokamaku GOLEM

Ze svých výsledků použiji nasimulované koeficienty γ a α pro zpřesnění již naměřených dat z tokamaku GOLEM. Langmuirova sonda je kruhová s poloměrem $r = 0.45$ mm a výškou $h = 1.5$ mm [Svo+]. Výsledkem, který chci získat, bude tepelný tok Q . Použiji již zmíněnou rovnici 2.16

$$Q = \gamma k_B T_e \frac{I_{\text{sat}}}{qA}, \quad (5.7)$$

kde k_B , q i A jsou konstanty. Elektronovou teplotu T_e budu získávat pomocí rozdílu napětí měřeného tzv. *ball-pen* sondou⁶ a Langmuirovou sondou [Svo+]⁷

$$T_e = \frac{V_{\text{BPP}} - V_{\text{fl}}}{\alpha_{\text{LP}} - \alpha_{\text{BPP}}}, \quad (5.8)$$

kde V_{BPP} je napětí měřené na ball-pen sondě, $V_{\text{fl}} = V_{\text{LP}}$ je napětí měřené na Langmuirově sondě a $\alpha_{\text{BPP}} \approx 0.6$ a $\alpha_{\text{LP}} \approx 2.8$ jsou koeficienty vlastní sondám (*nejedná* se o koeficienty α , které jsem fitoval).

U I_{sat} jsem použil opravný koeficient α , respektive jeho nabitovanou závislost $\alpha(T_e)$ (viz. 5.6). I_{sat} jsem si potom vyjádřil jako

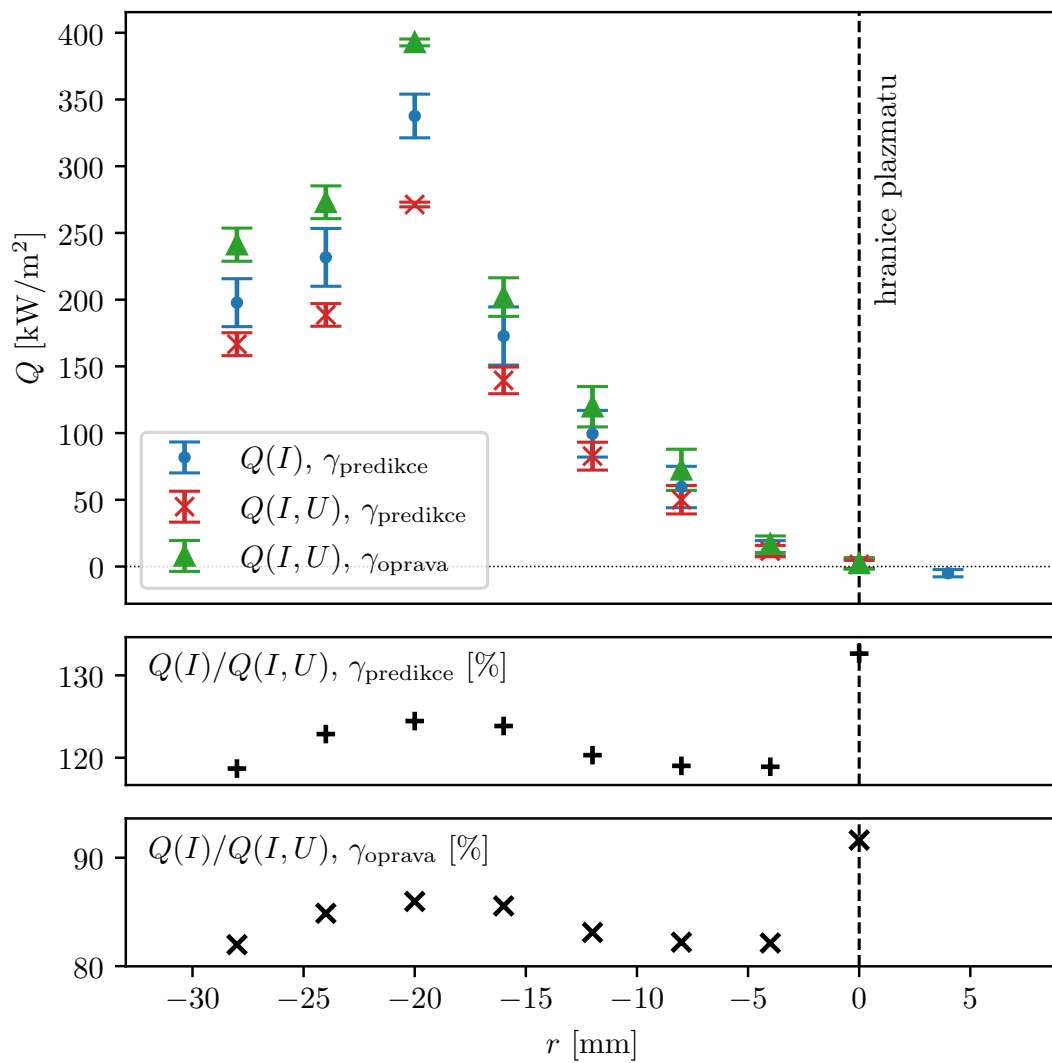
$$I_{\text{sat}} = I_m (1 - \alpha(T_e) \cdot |V|) \quad (5.9)$$

kde I_m je proud naměřený na Langmuirově sondě. Tato oprava zajišťuje, že naměřený I_{sat} bude odpovídat stavu v plazmatu, nikoliv pouze anomální oblasti okolo sondy (na ní skutečně bude dopadat větší tepelný tok kvůli nenulovému napětí vůči plazmatu, tomu odpovídá I_m). Koeficient γ jsem ze svých simulací pro vodík odhadl na $\gamma_{\text{predikce}} \approx 6.945$ a $\gamma_{\text{oprava}} = 10.054$.

Výsledky korekcí tepelného toku vidíme na obrázku 5.10 obsahujícím data ze shotů #46041–#46051, ve kterých byla měřena T_e a #46066–#46076 s měřeními I_{sat} . Na vodorovné ose označuje r hloubku zanoření sondy do plazmatu a chybové úsečky na grafu označují statistický odhad nejistoty měření T_e . Rozdíl se pohybuje v desítkách procent oproti neopraveným hodnotám. Ukazuje se tak odhad přesnosti běžného zpracování dat z Langmuirovy sondy – chyba se nejspíše bude pohybovat nejméně v rámci těchto deseti procent i kvůli nedokonalosti teoretické predikce. Díky simulacím mohu uvažovaný stav při určení koeficientů pro zpracování maximálně přiblížit reálným podmínkám. Pokud zahrneme i opravu sheath heat transmission faktoru γ , který by byl vzorcem pro predikci 2.11 značně podhodnocen, bude i naměřený tepelný tok menší – okolo 85 % opravené hodnoty, což už je významný rozdíl. Pozitivně lze ale vnímat, že oba efekty působí proti sobě – naměřené hodnoty jsou proti korekci vůči α nadhodnocené, zatímco proti korekci vůči γ podhodnocené.

⁶Jedná se o sondu podobnou Langmuirově, nejvýznamnější rozdíl je v geometrii, viz. [Adá+04].

⁷viz. <http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/Diagnostics/ParticleFlux/BallPenProbe/index>



Obrázek 5.10: Opravená data z GOLEMa.

Kapitola 6

Závěr

Diagnostika plazmatu jako taková je zásadní pro získávání informací o vytvořeném plazmatu. Bez takových informací by například nebylo možné pokračovat ve vývoji dalších zařízení. Langmuirova sonda představuje často používanou metodu, která umožňuje získat elektronovou teplotu plazmatu T_e nebo tepelný tok z plazmatu Q .

K výzkumu Langmuirovy sondy a její interakci s plazmatem jsem použil particle-in-cell (PIC) simulaci SPICE2, která umožňuje simulovat okrajové plazma. Díky tomu mám informace nejen ze sondy, ale z celého nasimulovaného prostředí, zatímco ve fyzických experimentech bych tyto informace neměl. To je zásadní výhoda simulací, díky které mohu demonstrovat principy chování Langmuirovy sondy.

Langmuirova sonda s klesajícím potenciálem vykazuje specifické chování – efektivní expanzi plochy sondy. V této práci jsem se zaměřil na dva hlavní efekty způsobující tuto expanzi: *magnetické stínění* a *potenciálovou jámu* vytvořenou sondou. Ukázalo se, že částice přitažené potenciálovou jámou, pocházejí z magnetického pruhu a efektivně se jedná o jeho rozšíření. To jsem potvrdil nasimulovanými výsledky, kdy jsem ukázal, že s klesajícím potenciálem se vyrovnává dominantní a zpětný tok na sondu, což je očekávaný efekt potenciálové jámy. Také jsem pomocí sledování proudnic v simulovaném plazmatu dokázal, že tyto částice pochází z magnetického pruhu a bylo by tak možné popisovat tok na sondu pomocí magnetického stínění se zahrnutím rozšíření pruhu potenciálovou jámou. Takový teoretický model by ale musel zahrnout i tvar samotné sondy, který mění šířku pruhu, což vyplývá z mých simulací.

Tyto výsledky jsem uplatnil pro korekci dat z tokamaku GOLEM, pro který jsem navíc simuloval závislost sheat heat transmission faktoru γ na poměru $\tau = T_i/T_e$ a složení plynu v tokamku (při výměně dochází k smíchání nového plynu se zbytky starého plynu) – poměr mezi na GOLEMu používaným H a He. Faktor γ je klíčový pro přesné určení tepelného toku z plazmatu. Použil jsem $\gamma_{\text{predikce}} \approx 6.945$ podle vzorce 2.11 a $\gamma_{\text{oprava}} = 10.054$ podle simulace. Korekce opravující pouze efektivní expanzi plochy sondy se pohybovala v řádu desítek procent ($Q_{\text{měření}} \approx 125\% Q_{\text{simulace}}$), což zajímavým způsobem demonstruje přesnost zpracování dat. Se zahrnutím opravy faktoru γ byla data naopak podhodnocena – naměřený tepelný tok tvořil pouze 85 % skutečného ($Q_{\text{měření}} \approx 85\% Q_{\text{simulace}}$), což je také důležitý poznatek k přesnosti měření pomocí Langmuirovy sondy na tokamaku GOLEM.

Celkově práce přináší nový vhled do principů chování Langmuirovy sondy v plazmatu a efektivní expanze její plochy, zejména pomocí trasování proudnic a následného srovnání s makroskopickými veličinami. Zároveň korekce dat z tokamaku GOLEM ukazuje praktické důsledky tohoto chování a nabízí odhad přesnosti měření na tokamaku. Práce tak demonstruje nezbytnost použití simulací ve fyzice plazmatu.

Bibliografie

- [Adá+04] J. Adámek et al. “A novel approach to direct measurement of the plasma potential”. In: *Czechoslovak Journal of Physics* 54.3 (břez. 2004), s. C95. ISSN: 1572-9486. DOI: 10.1007/BF03166386.
- [AF89] O. Auciello a D. L. Flamm. *Plasma Diagnostics - Discharge Parameters and Chemistry*. Academic Press, 1989. ISBN: 978-0-12-067635-4. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2013-0-07161-7>.
- [Ber02] A. Bergmann. “Two-dimensional particle simulation of the current flow to a flush-mounted Langmuir probe in a strong oblique magnetic field”. In: *Physics of Plasmas* 9.8 (srp. 2002), s. 3413–3420. ISSN: 1070-664X. DOI: 10.1063/1.1487866.
- [Ber94] A. Bergmann. “Two-dimensional particle simulation of Langmuir probe sheaths with oblique magnetic field”. In: *Physics of Plasmas* 1.11 (lis. 1994), s. 3598–3606. ISSN: 1070-664X. DOI: 10.1063/1.870895.
- [BL91] C. K. Birdsall a A. B. Langdon. *Plasma Physics via Computer Simulation*. Adam Hilger, 1991.
- [Bub] J. Buben. “Simulace plazmatu numerickými metodami”. SOČ 2023.
- [Bun67] O Buneman. “Time-reversible difference procedures”. In: *Journal of Computational Physics* 1.4 (1967), s. 517–535. ISSN: 0021-9991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(67\)90056-3](https://doi.org/10.1016/0021-9991(67)90056-3).
- [DG07] R. Dejarnac a J.P. Gunn. “Kinetic calculation of plasma deposition in castellated tile gaps”. In: *Journal of Nuclear Materials* 363-365 (2007). Plasma-Surface Interactions-17, s. 560–564. ISSN: 0022-3115. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2006.12.055>.
- [Gra+16] V. Grandgirard et al. “A 5D gyrokinetic full-f global semi-Lagrangian code for flux-driven ion turbulence simulations”. In: *Computer Physics Communications* 207 (2016), s. 35–68. ISSN: 0010-4655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.05.007>.
- [GRW85] G. Grieger, H. Renner a H. Wobig. “Wendelstein stellarators”. In: *Nuclear Fusion* 25.9 (zář. 1985), s. 1231. DOI: 10.1088/0029-5515/25/9/040.
- [Che] F. F. Chen. *Lecture Notes on Langmuir Probe Diagnostics*. Electrical Engineering Department University of California, Los Angeles.
- [Che74] F. F. Chen. *Introduction to Plasma Physics*. Plenum Press, New York, 1974.
- [Cho82] R. Chodura. “Plasma-wall transition in an oblique magnetic field”. In: *The Physics of Fluids* 25.9 (zář. 1982), s. 1628–1633. ISSN: 0031-9171. DOI: 10.1063/1.863955.
- [Kal11] J. B. Kallman. “Determination of Sheat Heat Transmission Coefficient in NSTX Discharges with Applied Lithium Coatings”. Dis. pr. Princeton University, 2011.

- [Kat96] I. Katsumata. “A Review of Ion Sensitive Probes”. In: *Contributions to Plasma Physics* 36.S1 (1996), s. 73–79. DOI: <https://doi.org/10.1002/ctpp.19960360112>.
- [Kom11] M. Komm. “Studium okrajového plazmatu Tokamaku a jeho interakce s první stěnou”. Dis. pr. Univerzita Karlova, MFF, 2011.
- [Law57] J D Lawson. “Some Criteria for a Power Producing Thermonuclear Reactor”. In: *Proc. Phys. Soc. B* 70 6 (1957).
- [Mar+13] S. Marsen et al. “Experimental sheath heat transmission factors in diverted plasmas in JET”. In: *Journal of Nuclear Materials* 438 (2013). Proceedings of the 20th International Conference on Plasma-Surface Interactions in Controlled Fusion Devices, S393–S396. ISSN: 0022-3115. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2013.01.078>.
- [Mat+90] G F Matthews et al. “Investigation of the fluxes to a surface at grazing angles of incidence in the tokamak boundary”. In: *Plasma Physics and Controlled Fusion* 32.14 (pros. 1990), s. 1301. DOI: 10.1088/0741-3335/32/14/004.
- [MS12] E. T. Meier a U. Shumlak. “A general nonlinear fluid model for reacting plasma-neutral mixtures”. In: *Physics of Plasmas* 19.7 (čvc. 2012), s. 072508. DOI: 10.1063/1.4736975.
- [Pod19] A. Podolník. “Study of probe diagnostics of tokamak edge plasma via computer simulation”. Vedoucí R. Pánek. Dis. pr. Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta, 2019.
- [PW24] R. Pearce a L. Worth. *ITER Vacuum Handbook, Appendices and Attachments*. Tech. zpr. ITER Project, 2024.
- [Rie91] K -U Riemann. “The Bohm criterion and sheath formation”. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 24.4 (dub. 1991), s. 493. DOI: 10.1088/0022-3727/24/4/001.
- [SH01] P. B. Snyder a G. W. Hammett. “A Landau fluid model for electromagnetic plasma microturbulence”. In: *Physics of Plasmas* 8.7 (čvc. 2001), s. 3199–3216. ISSN: 1070-664X. DOI: 10.1063/1.1374238.
- [Sta00] P. C. Stangeby. *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Institute of Physics Publishing Bristol a Philadelphia, 2000.
- [Svo+] V. Svoboda et al. *GOLEM Wiki*. [Online]. URL: <http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/>.
- [Tsu+18] C. K. Tsui et al. “Accounting for Debye sheath expansion for proud Langmuir probes in magnetic confinement fusion plasmas”. In: *Review of Scientific Instruments* 89.1 (led. 2018), s. 013505. ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.4995353.
- [WC97] M. Weinlich a A. Carlson. “Flush mounted Langmuir probes in an oblique magnetic field”. In: *Physics of Plasmas* 4.6 (čvn. 1997), s. 2151–2160. ISSN: 1070-664X. DOI: 10.1063/1.872379.
- [Wes87] J. A. Wesson. *Tokamaks*. Oxford University Press, 1987.
- [Zyl+21] A. B. Zylstra et al. “Record Energetics for an Inertial Fusion Implosion at NIF”. In: *Phys. Rev. Lett.* 126 (2 led. 2021), s. 025001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.025001.

Seznam obrázků

1.1	Limitér a divertor, převzato a upraveno z [Wes87].	12
1.2	Langmuirova a ball-pen sonda na tokamaku GOLEM a jeho limitér, převzato z [Svo+].	12
2.1	Částice v elektrickém a magnetickém poli.	15
2.2	Stěnové vrstvy v okrajovém plazmatu, převzato a upraveno z [Sta00]. . . .	16
2.3	Pokles potenciálu v plazmatu u předmětu a rozdílný efekt magnetizované stěnové vrstvy při různém úhlu magnetického pole – data ze simulace. . . .	17
2.4	Teoretická voltampérová charakteristika Langmuirovy sondy.	17
2.5	Expanze efektivní plochy sondy.	18
3.1	Problém efektivní expanze plochy Langmuirovy sondy.	20
4.1	Schéma nastavení simulace γ	23
4.2	Geometrie simulace Langmuirovy sondy.	23
4.3	Použité tvary Langmuirovy sondy.	24
4.4	Schéma nastavení simulace Langmuirovy sondy.	25
5.1	Výsledky simulace sheat heat transmission faktoru γ	27
5.2	Pojmenování směrů v prostředí a částí sondy.	28
5.3	Voltampérové charakteristiky pro jednotlivé geometrie sondy s nafitovaným průběhem.	29
5.4	Nafitování koeficientů α	30
5.5	Zobrazení hlavních proudnic v plazmatu ze simulace.	31
5.6	Poměr dominantního a zpětného toku pro různé tvary sondy.	32
5.7	Hustotní profil ve vodorovném směru na okraji simulovaného prostoru. . . .	32
5.8	Poměr zpětných a dominantních toků v okraji magnetického pruhu pro kruhovou sondu.	33
5.9	Poměr toků na sondu u různých tvarů sondy.	33
5.10	Opravená data z GOLEMa.	35

Příloha A

Data a jejich zpracování

Ke zpracování dat ze simulací jsem použil programovací jazyk Python, ve kterém jsem vlastními programy generoval všechny grafy. Zdrojový kód i s vygenerovanými grafy je pro zájemce dostupný na mém veřejném repozitáři k SOČ: <https://github.com/DrumJB/SOC2025>. Simulace generuje výstup v MATLAB souborech značné velikosti, takže v repozitáři nejsou.

Data z GOLEMa jsou, podobně jako všechny výboje na GOLEMa, dostupná v online databázi. Kód který jsem použil k získání a úpravě dat z měření je v již zmíněném repozitáři, stejně jako soubor s čísly jednotlivých výbojů. Data z tokamaku jsou tak kompletně veřejně dostupná.