

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 79-41-K/41: Gymnázium

Rubikova Kostka

**Michal Klouček
Královéhradecký kraj**

Hořice 14. 2. 2024

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 79-41-K/41: Gymnázium

Rubikova Kostka

Rubik's cube

Autoři: Michal Klouček

Škola: Hořické gymnázium, Blahoslavova 2105, 508 01 Hořice

Kraj: Královéhradecký kraj

Konzultant: Bc. Zbyšek Klimpl

Hořice 14. 2. 2024

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval samostatně a použil jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V Hořicích dne 14. 2. 2024

Michal Klouček

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Bc. Zbyšku Klimpovi za to, že obětoval svůj vzácný čas, aby porozuměl tomuto pro laika obtížnému tématu a poskytl mi mnoho cenných rad a pomohl mi pozvednout moji práci o úroveň výš, a to s ochotou a vstřícností. Také bych chtěl poděkovat svojí rodině za podporu a mojí babičce za počáteční motivaci do tohoto tématu.

Trochu netradičně bych chtěl poděkovat Dylanu Wangovi (J perm) a Brodymu Lassnerovi (Brody the cuber) za jejich videa na platformě Youtube, protože mnoho znalostí a schopností k tomuto tématu mám právě od nich.

Anotace

Tato práce se zabývá Rubikovou kostkou z matematického hlediska. Mezi řešená témata patří teorie grup a permutace. V souvislosti s tím jsou v práci uvedeny historické objevy a důkazy ohledně Božího a Dávlova čísla. Dalším klíčovým tématem jsou komutátory, které se využívají k manipulaci pouze trojice kostiček. Praktická část následně používá předchozí popsané znalosti k tvorbě nové metody na Rubikovu kostku a popis procesu učení skládání Rubikovy kostky pod deset sekund. Pozornost je zaměřena i na jiné disciplíny.

Klíčová slova

Rubikova kostka; teorie grup; komutátory; speedcubing

Annotation

This work contains a mathematical look on the Rubik's cube. Among the used topics are group theory and permutations. Some historical proves and discoveries about God's and Devil's number that are connected with topics are shown here. Another key topic is commutators, which are used to permute only three pieces of the cube. In practical part of the work, the shown topics are being used to develop a new Rubik's cube method and a process of achieving solves of the puzzle sub ten seconds. Focus is also on other events.

Keywords

Rubik's cube; group theory; commutators; speedcubing

Obsah

1. Úvod.....	6
2. Matematický pohled na kostku	7
2.1. Notace	7
2.2. Neexistující permutace	8
2.3. Počet permutací	10
2.4. Rubikova kostka jako grupa	12
2.5. God's number & Devil's algorithm	13
2.5.1. God's number	13
2.5.2. Devil's algorithm	15
2.6. Komutátory	16
3. Základy metod ke skládání Rubikovy kostky	19
3.1. Notation based reference system.....	19
3.2. Používané principy v metodách	20
3.2.1. Orientování	21
3.2.2. Permutování	22
3.2.3. Tvorba bloků.....	22
3.3. Rychloskládání	22
4. Jak jsem se stal speedcuberem.....	25
4.1. Od minuty k sekundám	25
4.2. Ukázkové složení kostky.....	27
4.3. Jiné disciplíny kostkařské komunity	28
4.4. Grafické zpracování	30
4.5. Soutěž.....	32
5. Tvorba nové metody	33
5.1. Návrh.....	33
5.2. Pátrání po inspiraci.....	34
5.3. Nápady a jejich zhodnocení	34
5.3.1. První nápad	34
5.3.2. Druhý nápad.....	35
5.3.3. Třetí nápad	35
5.4. Podrobné popsání vytvořené metody	36
5.5. Zhodnocení metody.....	37

6.	Závěr	38
7.	Použitá literatura	39
8.	Seznam obrázků a tabulek	41

1. ÚVOD

Rubikovu kostku vynalezl maďarský architekt Ernő Rubik jako učební pomůcku pro své studenty v roce 1974. Od té doby se jeho výtvar stal nejprodávanější hračkou všech dob. Popularitu tohoto hlavolamu zajišťuje jeho vysoká obtížnost a přitom jednoduchost. Pro složení Rubikovy kostky není potřeba mít matematické znalosti, ale zároveň tato krychle přesně následuje zákonitosti matematiky a je učebnicovým příkladem algebraické struktury zvané grupa. Mnoho nadšenců se chopilo této hračky a složilo ji za tři sekundy nebo vytvořilo podobné hlavolamy se stejným principem dosahujícím mnoha jednoduchých až komplexních tvarů, někdy i překračující třetí dimenzi.

Tato práce se zabývá matematickým pohledem na Rubikovu kostku a je určena pro ty, kteří umí nejen slepě postupovat podle návodu, ale tomuto hlavolamu rozumí nebo mu porozumět chtějí. Rubikova kostka byla již mnohokrát popsána vysokoškolskou matematikou, proto se tato práce věnuje hlavně matematice praktické pro skládání. Praktická část této práce ukazuje přímé využití ukázaných matematických principů Rubikovy kostky.

Tématem bude dosažitelnost pozic na kostce a jak obtížné jejich dosažení je. Obsažena je i ukázka propojení Rubikovy kostky s Fibonacciho posloupností. Následovat budou důležité principy a techniky, které jsou při skládání frekventovaně využívány. Jako výsledek bych chtěl sestrojít novou metodu. Použiji k tomu principy z teoretické části. Také tato práce vznikla po šesti letech mé praxe s různými hlavolamy tohoto typu. Shrnu zde velkou část svých poznatků, kterých jsem za ty roky nabyl. Pevně věřím, že se naučím i něco nového.

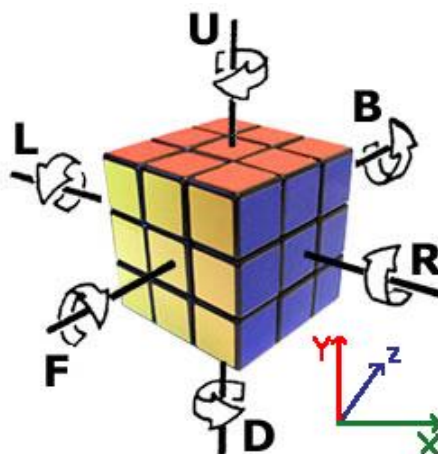
Při čtení této práce doporučuji mít Rubikovu kostku po ruce, protože v textu je mnoho zápisů tahů či pozic, které lze snáze pochopit právě s kostkou. Doufám, že tu naleznete něco nového i Vy.

2. MATEMATICKÝ POHLED NA KOSTKU

Před ukázáním matematických pravidel je potřeba zde vyložit některé pojmy a notaci. Text práce používá pojmy strana a stěna. Stěna kostky stejně jako u geometrického tělesa krychle pojmenovává plochu, která vymezuje objem krychle. Naproti tomu strana pojmenovává celou vrstvu, kterou je na Rubikově kostce možné otočit. Dalším pojmem je kostička. Kostička pojmenovává nejmenší část kostky, která je vymezena průnikem stran. Jedná se o spíše pomyslné krychle, protože ve skutečné mechanické Rubikově kostce mohou mít tvar jiný.

2.1. Notace

Rubikova kostka má 6 stran umožňujících rotaci. Každé náleží určité písmeno (viz obr. 2.1) pocházejícího z anglického up (U), down (D), right (R), left (L), front (F), back (B). Každou stranu mohou otočit o $k \cdot 90^\circ$ po směru hodinových ručiček; $k \in \mathbb{N}$; takové otočení nazýváme tah. Tah se zapisuje písmenem příslušející strany a následně číslem, vyjadřující počet, kolikrát chci otočit (k). Pro otočení proti směru hodinových ručiček se používá symbol apostrofu ($'$), který se nazývá prime. Je-li u tahu symbol hvězdička (*), znamená to, že tah lze provést libovolně mnohokrát. Sekvence jednoho nebo více tahů se nazývá algoritmus.



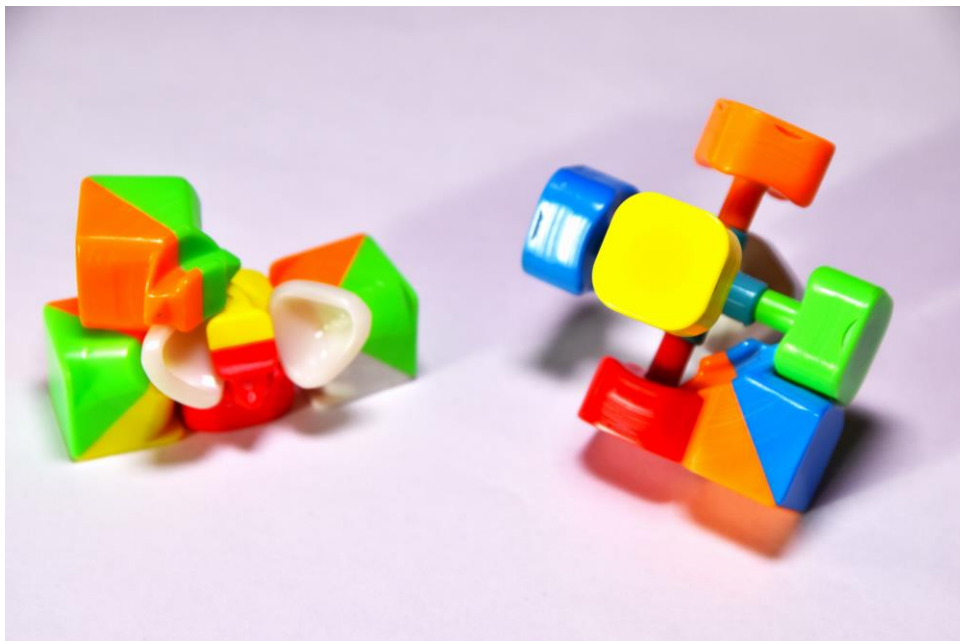
Obrázek 2.1: Označení stran Rubikovy kostky. Zdroj obrázku: <https://cubemania.cz/rubikova-kostka/rubikova-kostka-3x3x3/znaceni-tahu-3>

Otočení celé kostky neboli rotování podle pomyslné osy se značí písmeny x , y , z , viz obr. 2.1. Určení směru rotace se shoduje s tahy R , U a F . Opět platí, že pro rotaci proti směru hodinových ručiček se používá symbol apostrofu a pro dvojitou rotaci číslo 2. Nejedná se ale o tahy, protože pozici kostky nijak nemění. Z praktických důvodů se ustálily široké tahy. Značí se písmenem w vloženým mezi stranu a počet otočení nebo napsáním příslušející strany písmenem malým. Takový tah mimo svou normální funkci hýbe i druhou vrstvou kostky. Například $Rw = r = Lx$. U větších kostek se zápis malým písmenem může lišit tím, že otáčí pouze duhou vrstvu. Dalším zjednodušením jsou slice tahy. Ty se na kostce typu $3 \times 3 \times 3$ značí M , E , S a jsou definovány jako $M = RL'x'$, $E = UD'y'$, $S = F'Bz$. Existuje mnoho dalších detailů, a variant k popisování tahů, které zde nejsou uvedeny.

2.2. Neexistující permutace

Definice 2.1 ([1]): Necht' X představuje libovolnou neprázdnou množinu tvořenou n prvky, kde $n \in \mathbb{N}$. Pak permutací bez opakování všech prvků této množiny rozumíme jejich libovolné uspořádání do nějaké posloupnosti

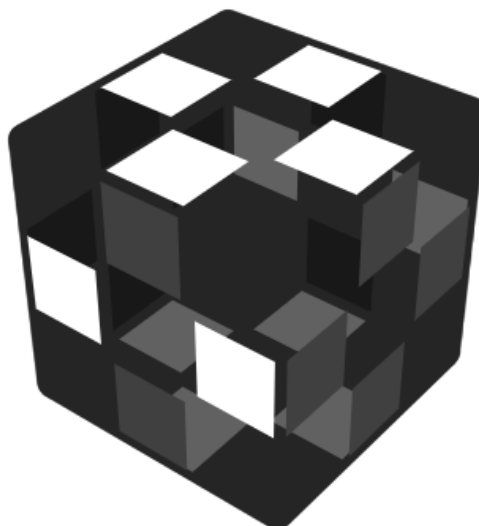
V případě Rubikovy kostky se za prvek množiny X rozumí právě jedna kostička. $N \times N \times N$ kostka má $N^3 - (N - 2)^3 = 6N^2 - 12N + 8$ kostiček, vypočítaných jako objem krychle bez duté části. Rubikova kostka $3 \times 3 \times 3$ má 26 kostiček, z toho 6 středových kostiček (dále jen středů), 12 hranových kostiček (dále jen hran) a 8 rohových kostiček (dále jen rohů). Při zamíchání není možno, aby se z hran staly rohy, z rohů středy a podobně. Středů nemohou být zamíchány, v mechanické Rubikově kostce jsou dokonce napevno spojené. Každý střed má jinou a jedinou barvu, která udává, jakou barvu má příslušející stěna ve složené pozici. Hrany se nacházejí mezi středy a mají 2 barvy, každá vlastní kombinaci. Hrana může mít 2 orientace, to lze také nazývat otočení. Rohy mají 3 barvy, každý roh s vlastní kombinací, a 3 orientacemi. V mechanické kostce je roh solidní kostička, proto nemohou být 2 barvy na rohu prohozeny. Pro lepší představu viz obrázek 2.2.



Obrázek 2.2: Vnitřek mechanické Rubikovy kostky; foceno autorem práce

Věta 2.1: Některé permutace na Rubikově kostce nejsou dosažitelné bez jejího rozebrání.

Důkaz 2.1 ([2]): Existuje “dobrá” a “špatná” orientace hran. Orientaci hran označme $o_h = \{0; 1\}$, kde 0 zastupuje orientaci dobrou a 1 orientaci špatnou. Dobrá znamená, že je možno hranu složit jen pomocí $\langle R, U, L, D \rangle$ tahů, každý F tah a B tah mění orientaci všech hran na příslušné straně z dobrých na špatné a ze špatných na dobré. Rozlišení dobrých a špatných orientací hran ukazuje obrázek 2.3.



Obrázek 2.3: Dobré a špatné hrany. Je-li barva na světlé části shodná s barvou středu strany U nebo D, respektive strany F nebo B, hrana je dobrá; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com

F nebo B mění vždy 4 hrany. Lze změnit i jen 2 hrany například algoritmem F R F, avšak není možné změnit orientaci lichého počtu hran. Je-li proto jejich součet lichý, nelze Rubikovu kostku složit. Matematicky lze zapsat jako

$$2k = \sum o_h ; k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}.$$

Na stejném principu funguje orientace rohů. Každý roh obsahuje bílou nebo žlutou barvu (za předpokladu, že bílá a žlutá jsou ve složené pozici naproti sobě). Roh může mít bílou nebo žlutou na U nebo D straně pak $o_r = 0$; otočenou o 120° stupňů po směru hodinových ručiček od strany U nebo D pak $o_r = 1$; nebo otočenou o 240° po směru hodinových ručiček od U nebo D strany pak $o_r = 2$. $o_r = \{0; 1; 2\}$. Každý tah zachovává součet o_r dělitelný 3.

Příklad 2.1: Na tahu R se orientace předního horního rohu a zadního dolního rohu mění o 120° po směru hodinových ručiček; $o_r \equiv (o_{r0} + 1) \pmod{3}$ ¹. Zbylé dva rohy mění svou orientaci opačným způsobem; $o_r \equiv (o_{r0} + 2) \pmod{3}$; o_{r0} značí orientaci rohů před tahem. Dohromady je součet orientací rohů po tahu R dělitelný 3. Stejným způsobem fungují tahy F, L a B. Tahy U a D orientaci rohů nemění.

Nesplňuje-li součet orientací podmínku dělitelnosti 3, pak ani celá kostka není složitelná. Matematicky lze zapsat jako

$$3k = \sum o_r ; k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Poslední nedosažitelná pozice je prohození pouze 2 kostiček. Jeden tah je ekvivalentem třikrát prohození 2 rohů a třikrát prohození 2 hran. Dohromady je to sudý počet prohození dvou

¹ Funkce 'a mod b' znázorňuje zbytek podílu čísel 'a' a 'b' na celá čísla.

kostiček. Lichý počet prohození kostiček je nesložitelný pomocí sudého počtu prohození 2 kostiček. Matematicky lze zapsat jako

$$2k = \sum \text{prohození } 2 \text{ kostiček}; k \in \mathbb{N}. \blacksquare$$

2.3. Počet permutací

Prováděním tahů na kostce vznikají různé permutace. Omezený počet kostiček znamená, že jejich počet je konečný. Lze jej spočítat pomocí počtu možných poloh jednotlivých kostiček dělených počtem neexistujících permutací. Výpočet se podobá sestavování rozebrané kostky. První roh lze vložit na 8 míst, druhý na 7 apod., poslední roh má své místo určené. Rohy lze rozmístit 8! různými způsoby. Hran má kostka 12, tudíž hrany lze rozmístit 12! různými způsoby. Navíc má každý roh 3 orientace a hrana 2 orientace. To rozšiřuje možnosti $2^{12} \cdot 3^8$ krát. Neexistující permutace dělí výsledek $2 \cdot 3 \cdot 2$ krát. Výsledný výpočet počtu dosažitelných permutací Rubikovy kostky $3 \times 3 \times 3$ tedy zní

$$\frac{8! \cdot 12! \cdot 3^8 \cdot 2^{12}}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 43\,252\,003\,274\,489\,856\,000 \text{ permutací.}$$

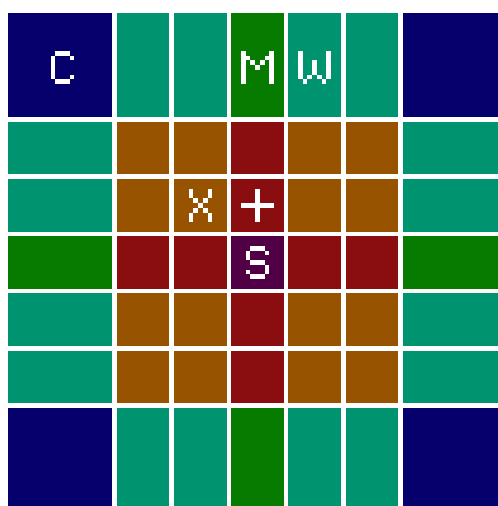
Existují vzorce pro výpočet permutací na $N \times N \times N$ kostce. Jeden z nich se nazývá Chris Hardwickův vzorec²³ [3]:

$$P_{N \times N \times N} = \frac{(24 \cdot 2^{10} \cdot 12!)^{N \bmod 2} (7! \cdot 3^6) (24!)^{\lfloor \frac{N^2 - 2N}{4} \rfloor}}{(4!)^6 \lfloor \frac{(N-2)^2}{4} \rfloor}$$

Pro porozumění je potřeba vědět, že existuje 6 typů kostiček (viz obr. 2.4). Nazývají se rohy (C), středové hrany (M), křídla (W), středy (S), plusové středy (+) a X-středy (X).

²Závorky $\lfloor \cdot \rfloor$ znázorňují funkci 'floor(x)'. Tato funkce odečítá všechna desetinná čísla z x, a pokud je číslo záporné, také odečítá 1.

³ Funkce 'a mod b' znázorňuje zbytek podílu čísel 'a' a 'b' na celá čísla.



Obrázek 2.4: Označení kostiček na $N \times N \times N$ Rubikově kostce; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint

Důležitým faktorem je lichost či sudost čísla N , protože to určuje, zda se na kostce vůbec nachází kostičky M , $+$ a S . Střed (S) udává orientaci kostky. Chybí-li, permutace mají své duplikáty, protože jsou shodné z různých pohledů. Střed (S) lze orientovat $4!$ různými způsoby, proto pokud je N sudé, je třeba dělit 24 . Naopak otočení středové hrany (W) a prohození dvou kostiček není potřeba řešit, takže se nedělí 4 . Pro detekci, zda je N sudé či liché poslouží $N \bmod 2$. Je-li N liché, dělí se 12 a je-li N sudé, dělí se 72 .

Všechny kostičky se na kostce nacházejí po *sadách*⁴. Sada kostiček jsou ty kostičky, které lze navzájem prohazovat. Například sadou jsou křídla dotýkající se rohů po pravé straně, protože se nikdy nebudou dotýkat středových hran, to je jiná sada. Tyto sady se ve fyzické $N \times N \times N$; $N > 5$; kostce mechanismem odlišují W , X a $+$ sady jsou vždy po 24 kostičkách. Ve vzorci se sady projevují jako exponent. Permutace sady rohů (C) se vypočítá $24!!!$ ⁵ (multifaktoriál zde vzniká násobením faktoriálu s umocněným číslem dvě nebo tři), permutace sady středových hran (M) se vypočítá $24!!$, permutace sady křídel (W) se vypočítá $24!$ a permutace sady X a $+$ středů (X ; $+$) se vypočítá $\frac{24!}{(4!)^6}$. Dělí se, protože na každé ze 6 stran jsou 4 shodné kostičky. Jejich prohozením nevzniká nová permutace. X , $+$ a W jsou ve vzorci sjednoceny, protože mají stejný výpočet permutace. Jejich počet sad lze vypočítat jako

$$\text{počet sad}_{+,X,W} = \left\lfloor \frac{N^2 - 2N}{4} \right\rfloor.$$

V přearanžovaném Chris Hardwickově vzorci lze vidět rohy dělené sudou variantou N , lichou část s indikátorem lichosti $N \bmod 2$ a s číslem 6 , které reguluje dělitele v předchozí sekci, a permutace kostiček X , $+$, W :

⁴ Termín přeložený z anglického originálu *orbit*. Lze jej také přeložit jako orbital, třída, vrstva, sféra, poddruh a podobně.

⁵ Vzorec používá multifaktoriály, kde ' $x!! = x(x-2)(x-4)\dots$ ' a ' $x!!! = x(x-3)(x-6)\dots$ '

$$P_{N \times N \times N} = \frac{24!!!}{72} \cdot (24!! \cdot 6)^{N \bmod 2} \cdot \frac{24!^{\lfloor \frac{N^2-2N}{4} \rfloor}}{24!^{\lfloor \frac{(N-2)^2}{4} \rfloor}}$$

V Chris Hardwickově vzorci lze doplnit malý detail. Pro kostku $1 \times 1 \times 1$ tento vzorec nefunguje. Pro zohlednění této “kostky” stačí výsledek vložit do funkce ceiling⁶ [x], aby výsledek pro $N = 1$ byl 1 [3].

2.4. Rubikova kostka jako grupa

Definice 2.2 ([4]): Binární operací na množině G se myslí zobrazení kartézské mocniny G^2 do množiny G . Grupa je algebraická struktura tvořená neprázdnou množinou G a binární operací \circ , která je asociativní, obsahuje neutrální prvek a ke každému prvku z množiny G existuje právě jeden prvek inverzní.

Rubikova kostka se považuje za matematickou grupu, tvořenou tahy $\langle R, U, L, D, F, B \rangle$. Její operací je skládání permutací. Grupa splňuje asociativitu a existenci neutrálního prvku a inverzních prvků. Komutativností tato grupa nedisponuje a nejedná se tedy o tzv. Abelovu grupu. Jednotlivými prvky jsou permutace kostky. Je možno je značit schémata kostky ve 2D, z praktického hlediska je lepší permutace zapisovat v podobě algoritmů neboli kombinací prvků $\langle R, U, L, B, F, D \rangle$ a jejich inverzemi. Z toho vyplývá, že permutace je ekvivalentem algoritmu. Značka pro operaci se nepoužívá. Pro zdůraznění operace je v této práci použit symbol prázdné kolečko (\circ) a zápis grupy Rubikovy kostky jako $(\mathbb{K}; \circ)$. Neutrálním prvkem (e) je složená pozice kostky. Zapsáno nejkratším algoritmem e není žádný tah. Inverzním prvkem každého algoritmu (každé permutace) je provedení algoritmu pozpátku. Označení inverzního prvku k prvku X se liší od běžného zapisování. Na Rubikově kostce se značí X' . Některé prvky jsou dokonce svými vlastními inverzními prvky, například $(R U R' U')^3 = (R U R' U')^3'$, tedy $(R U R' U')^3 \circ (R U R' U')^3 = e$.

Definice 2.3 ([5]): Grupa (H, \circ) je podgrupou grupy (G, \bullet) , jestliže množina H je neprázdnou podmnožinou množiny G a operace \circ je restrikcí operace \bullet .

Rubikova kostka je plná také podgrupou. Využívanou podgrupou je podgrupa s “dobrymi” hranami popsanými v kapitole 2.2. Tato podgrupa využívá pouze tahy $\langle R, U, L, D \rangle$ a jejich inverze a je součástí metody ZZ (podrobné popsání v kapitole 3.2). Jinou podgrupou je podgrupa s prvky složenými z tahů $\langle R2, U2, L2, D2, F2, B2 \rangle$. V této podgrupě se na jedné straně nikdy nesetkají barvy sousedních stran kostky, setkají se pouze barvy stran protějších. Využívá se v metodě Domino Reduction (DR) nebo v důkazu, že superflip je nesložitelný za méně než 20 tahů (podrobné popsání v následující sekci 2.5.1) [6].

⁶ Funkce ceiling odečítá všechna desetinná čísla ze závorky a přičítá +1.

2.5. God's number & Devil's algorithm

2.5.1. God's number

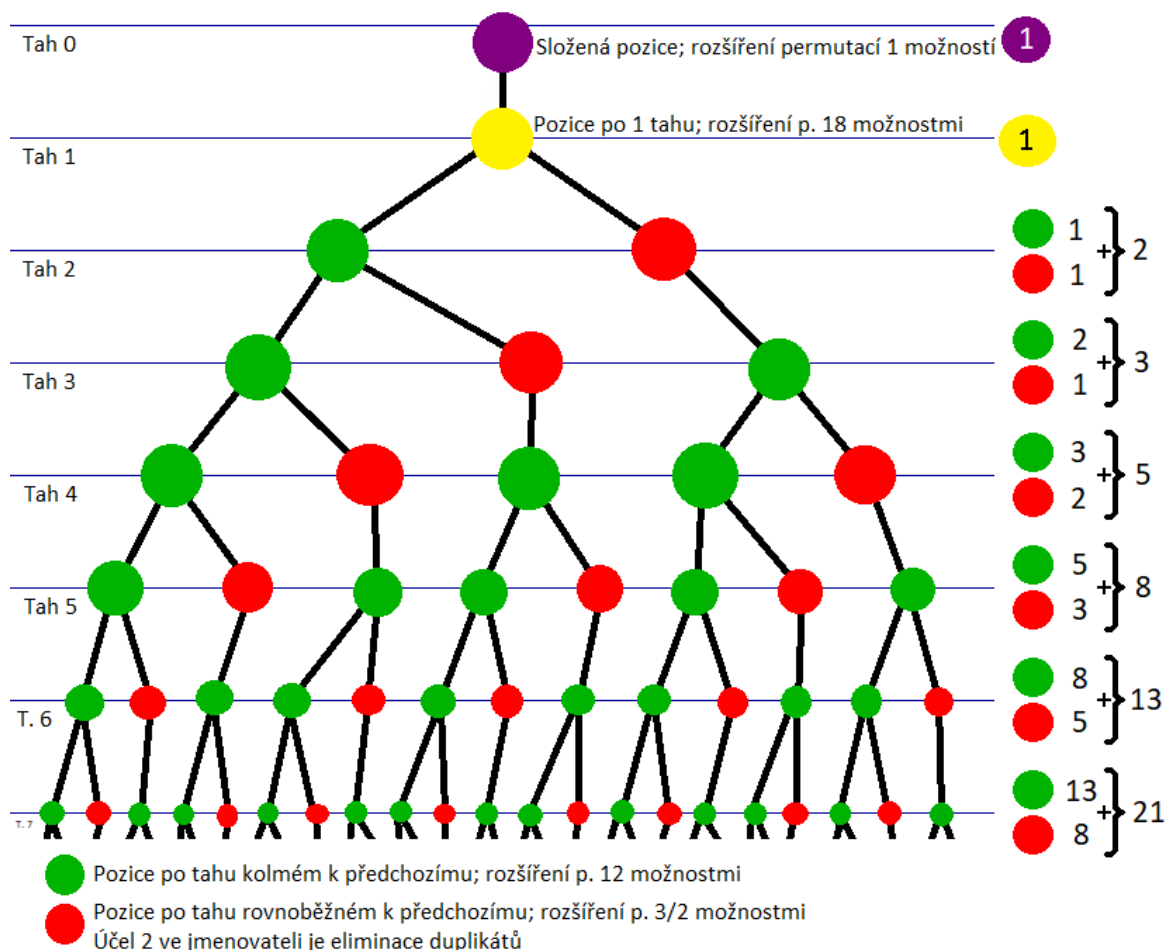
God's number v překladu z angličtiny znamená *Boží číslo*. Takto se nazývá číslo určující, kolik je nejvíce potřeba tahů pro složení Rubikovy kostky z kterékoli složitelné pozice (kolik tahů by potřeboval Bůh). Pro kostku $3 \times 3 \times 3$ bylo toto číslo určeno na 20 tahů [7].

Poznámka: Běžně se za jeden tah považuje otočení jedné strany o libovolný počet otáček. To se nazývá půlotáčecí soustava. Naproti tomu existuje čtvrtotáčecí soustava, která považuje X^2 za 2 tahy, kde X zastupuje označení strany. X' se stále považuje za jeden tah. V této soustavě je Boží číslo určeno na 26 tahů.

První myšlenka Božího čísla pochází z roku 1980, kdy bylo určeno, že Boží číslo je více než 17 tahů. O rok později Morwen Thistlethwaite přidal horní hranici 52 tahů, a tím poprvé přesně určil interval, ve kterém se Boží číslo nachází. Určit dolní hranici nebylo těžké. Dokonce je v lidských silách provést důkaz jen s tužkou, papírem a kalkulačkou, ale z časových důvodů byl použit počítač. Tento důkaz je zvláštní tím, že využívá Fibonacciho posloupnost. Principem je, že tak jako 2 tahy ze složené pozice nelze dosáhnout všech 43 trilionů permutací, tak i 17 tahů je málo. Důkaz ale není tak jednoduchý, protože nelze jednoduše říci, že po každém tahu je 15 možností, tím by výraz převýšil počet permutací.

$$1 + 18 \cdot \sum_{n=1}^{16} 15^n > P_{3 \times 3 \times 3}.$$

Některých pozic lze dosáhnout různými způsoby (například pozice $R L = L R = R L' R^2 L^2 R^2$) a byly započteny vícekrát. Problém je hlavně u protějších stran. Po protějším tahu musí vždy následovat tah sousední a protější tahy musí být děleny 2, aby se eliminovaly duplikáty $L R = R L$. Pro lepší porozumění viz obrázek 2.5.



Obrázek 2.5: Diagram popisující možnosti tahů ze složené pozice; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint

Počet kombinací dosažitelných 17 tahy je menší nebo roven součtu všech vrcholů v diagramu, kde každý vrchol je součinem čísel na spojnici mezi vrcholem a 18 včetně krajních bodů (stále jsou ve výpočtu obsažené duplikáty, například $R L F2 B2 R L D^* L' R' B2 F2 R' L' = U^*$ nebo $R2 L2 F2 B2 R2 L2 F2 B2$, jejich počet je zanedbatelný.) Zvláštností je, že součet vrcholů v diagramu do n-té řady je n-té Fibonacciho číslo, které obsahuje předchozí Fibonacciho číslo vrcholů s násobkem 12 a o 2 čísla zpět Fibonacciho číslo vrcholů s násobkem $\frac{3}{2}$.

Horní hranice Božího čísla se dokazovala pomocí metod na kostku. Tyto metody dělí kostku do více fází, které lze vždy složit do několika tahů a pro počítač jsou jednoduché. První důkaz horní hranice ukázal již zmíněný matematik Thistlewaithe s jeho metodou určující horní hranici na 52 tahů. Jeho metodu pak mnozí vylepšovali. Známa se stala Kociembova metoda, která snížila horní hranici na 29 tahů. Důležitým přínosem byl také Michael Reidův objev, že pozice *superflip* ($R L U^2 F U' D F^2 R^2 B^2 L U^2 F' B' U R^2 D F^2 U R^2 U$) vyžaduje minimálně 20 tahů, čímž ještě zvýšil dolní hranici. Využil k tomu vlastnosti grupy. Superflip je prvek grupy, který je svou vlastní inverzí. Protože se na alespoň jedné straně nachází barva ze strany přilehlé, nelze superflipu dosáhnout jen X^2 tahy. Nejdůležitější vlastností je souměrnost. Ta umožňuje odebrat počáteční tahy a dát je na konec podobně jako snímání balíčku karet. Algoritmus pro superflip tedy může začít tahem R, protože je symetrický a musí obsahovat i tah X1, X zastupuje označení strany. To výrazně zkrátilo výpočetní dobu programu, který následně určil minimum na 20 tahů [6].

V červenci Roku 2010 se sešli Tomas Rokicki, Herbert Kociemba, Morley Davidson a John Dethridge a s vybavením propůjčeným společností Google dokázali, že Boží číslo je přesně 20 tahů v půltahové soustavě. Přínosem nebyla jen odpověď na otázku, přispělo to k tvorbě aplikací spojených s Rubikovou kostkou a vzniku nové metody na kostku pocházející z Kociembovy metody dnes nazývané Domino Reduction (DR). Díky této metodě je i člověk schopen složit kostku okolo 25 tahů v disciplíně zvané FMC (fewest moves challenge), tedy disciplíně, jejíž cílem je najít co nejkratší řešení k určenému zamíchání během 1 hodiny [7].

2.5.2. Devil's algorithm

Definice 2.4: Devil's algorithm, česky Ďáblův algoritmus, je algoritmus, který při svém opakování dosáhne složené pozice.

Bývá časté, že někdo vezme Rubikovu kostku do ruky a opakuje ty samé tahy stále dokola. Po pár chvílích se kostka opět složí. Obzvláště lidé, kteří kostku složit neumějí, se ptají, existuje-li takový algoritmus, který kostku složí z jakékoli náhodné pozice. Ano, existuje. Teoreticky je možné sestrojít algoritmus delší, než $P_{3 \times 3 \times 3}$, který by prošel všemi permutacemi a opakoval by se maximálně jednou.

Definice 2.5: Ďáblovo číslo je počet tahů nejkratšího Ďáblova algoritmu.

Teoretickou horní hranicí Ďáblova čísla je $P_{3 \times 3 \times 3} \cdot 20$ (počet permutací · Boží číslo), ale byl nalezen Ďáblův algoritmus jen $P_{3 \times 3 \times 3}$ dlouhý. Vlastností tohoto Ďáblova algoritmu je, že se jedná o Hamiltonův cyklus [8].

Lemma 2.1: Hamiltonův cyklus je takový cyklus, který prochází každým prvkem grupy či každým vrcholem grafu právě jednou a končí jeden tah před původním prvkem či vrcholem v grafu.

Hamiltonův cyklus grupy Rubikovy kostky je složen z Hamiltonových cyklů podgrup Rubikovy kostky. Nejmenší podgrupa je tvořena prvkem $\langle U R \rangle$. Obsahuje 105 prvků a její Hamiltonův cyklus je $(U R)^{104}$. Z této podgrupy je složena podgrupa tvořená prvky $\langle U, R \rangle$. Dohromady obsahuje 73483200 prvků. Hamiltonův cyklus této podgrupy je tvořen $\frac{73\,483\,200}{2 \cdot 104} = 349\,920$ prvky spojenými předchozí podgrupou. Z této podgrupy je tvořena další podgrupa, tvořena prvky $\langle U, R, D \rangle$, z té pak je tvořena podgrupa, kterou tvoří prvky $\langle U, R, D, L \rangle$ a poslední podgrupou v řadě je podgrupa, která je tvořena prvky $\langle U, R, D, L, F \rangle$. Z té je tvořen kompletní Hamiltonův cyklus Rubikovy kostky. Zajímavé je, že tento algoritmus nikdy nepoužívá tah B [8].

Dolní hranicí Ďáblova čísla je $P_{3 \times 3 \times 3}$ děleno přirozené číslo m určující, kolikrát lze nejvíce opakovat libovolný algoritmus, aby navrátil kostku ze složené pozice (e) do složené pozice (e). Bylo-li by to méně, k opakování algoritmu kratšího, než dolní hranice Ďáblova čísla z e do e by bylo potřeba méně, než $P_{3 \times 3 \times 3}$ tahů, a tudíž by algoritmus neprošel všemi permutacemi.

Každý algoritmus je zároveň pozicí na kostce. Každá pozice je ekvivalentem prohození a orientování kostiček. Číslo $m = 6 \cdot \text{lcm}(\text{počet prohození kostiček})^7$. Číslo 6 zastupuje orientování kostiček (viz kapitolu 2.2 neexistující permutace). Číslo m je největší prohozením 2 hran, 2 hran, 7 hran, 5 rohů a 3 rohů. Toho včetně orientování rohů a hran dosahuje algoritmus $R U^2 D' B D'$ [9].

$$m = 6 \cdot \text{lcm}(2, 2, 7, 5, 3) = 1260.$$

Nejvíce mohou libovolný algoritmus opakovat 1260krát, než se kostka složí. Z toho vyplývá dolní hranice 34 326 986 725 785 600 tahů.

Ďáblovo číslo $\in \langle 34\,326\,986\,725\,785\,600; 43\,252\,003\,274\,489\,855\,999 \rangle$ tahů.

2.6. Komutátory

Většina algoritmů je na Rubikově kostce sestavena z komutátorů.

Definice 2.6: Komutátor prvků A a B z grupy $(\mathbb{K}; \circ)$ je permutace ze stejné grupy, značí se hranatými závorkami a je definovaný jako

$$\forall A, B \in \mathbb{K}; [A, B] = AB - BA = ABA^{-1}B^{-1}.$$

Je důležité, že prvky grupy $(\mathbb{K}; \circ)$ spolu nekomutují, protože by $[A, B] = e$. Inverzí komutátoru je $[A, B]' = [B, A]$. Společně s komutátory se v algoritmech objevuje také konjugace.

Definice 2.7: Konjugace prvků A a B z grupy $(\mathbb{K}; \circ)$ je permutace ze stejné grupy, značí se hranatými závorkami s dvojtečkou a je definována jako

⁷ 'lcm()' je matematická funkce nejmenší společný násobek.

$$\forall A, B \in \mathbb{K}; [A: B] = ABA^{-1}.$$

Běžný komutátor používaný na kostce se skládá jednou z následujících možností:

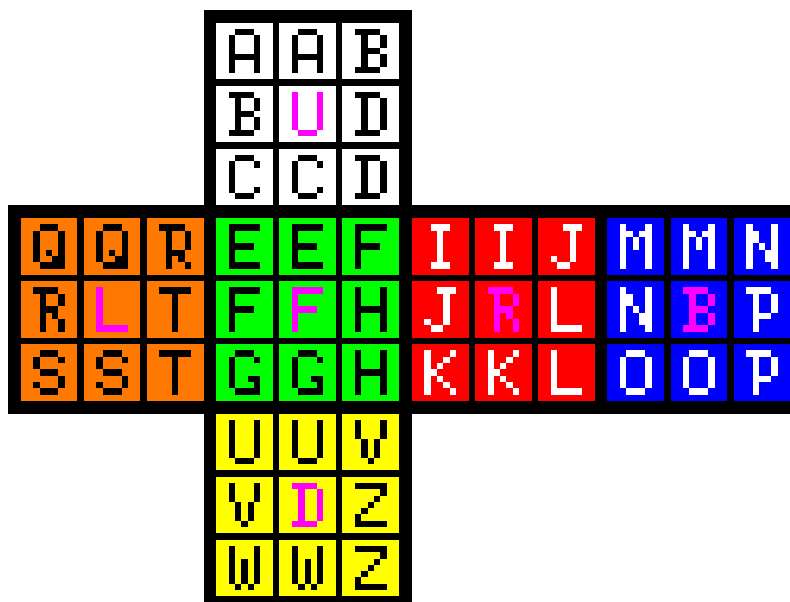
$$\forall A, B, C, D \in K; [A: [B, [C: D]]] = ABCDC'B'CD'C'A',$$

$$[A: [[C: D], B]] = ACD C' B C D' C' B' A'.$$

“A” jsou takzvané set up tahy. “B” bývá jeden tah, který je součástí komutátoru. “C” a “D” jsou druhou částí komutátoru a zastupují každý jeden tah. Běžně platí, že “B” a “D” jsou na sobě nezávislé, tedy $BD = DB$. Jeden z prvků “B”, “C” a “D” může být slice tah.

Tento komutátor obvykle prohazuje jen 3 kostičky. Rohy prohazuje v případě, že ani “B”, ani “C”, ani “D” není slice tah. Naopak za přítomnosti slice tahu komutátor prohazuje hrany. Správným užitím komutátoru je možné trojice kostiček kontrolovaně prohazovat. To je užitečné k tvorbě algoritmů nebo ke skládání Rubikovy kostky poslepu. Pro lepší orientaci na kostce pojmenujme jednotlivé kostičky včetně jejich barev pomocí písmen anglické abecedy bez X a Y (viz obr. 2.6).

Poznámka: Každý skládající má pojmenované kostičky jinak. Neexistuje žádné oficiální pojmenování.



Obrázek 2.6: Pojmenování kostiček. Fialové písmo značí pojmenování strany; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint

Příklad 2.2: Uvažujme, jakým způsobem prohodit rohy $A \rightarrow D \rightarrow T \rightarrow A$. Tvorba komutátoru začíná zvolením jedné ze tří kostiček, na jejíž místo lze pomocí “B” dopravit druhou kostičku a pomocí “C” a “D” dopravit třetí kostičku. “B”, “C”, ani “D” nesmí ovlivňovat ostatní kostičky. Není-li to možné, používají se set up tahy, které dostanou trojici kostiček do takové pozice, ze které lze “B” a “C”, “D” určit. V našem příkladě není potřeba set up tahů, protože “B” = U2 přesouvá $A \rightarrow D$ a $[C: D] = R' D R$ přesouvá $T \rightarrow D$. První člen v komutátoru je člen souhlasný se směrem cyklu a následně člen nesouhlasný se směrem cyklu. Tedy $A \rightarrow D$ odpovídá zadání $A \rightarrow D \rightarrow T \rightarrow A$ a zapisuje se do závorek jako první, naopak $T \rightarrow D$ zadání neodpovídá a zapisuje se jako druhý. Výsledkem je tedy $[U2, [R': D]]$.

Příklad 2.3: Uvažujme, jakým způsobem prohodit hrany $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$. Nelze vytvořit žádný z prvků komutátoru. Set up tahem může být například “A” = F'. Následně lze do kostičky D dopravit kostičku B pomocí U2 a kostičku C pomocí R' E R. $B \rightarrow D$ souhlasí se směrem, komutátor tedy zní $[F': [U2, [R': E]]]$. Alternativou může být například $[F: [[L: E], U2]]$ nebo $[R: [U, [L: E2]]]$ a mnoho dalších.

3. ZÁKLADY METOD KE SKLÁDÁNÍ RUBIKOVY KOSTKY

Na skládání Rubikovy kostky existují desítky až stovky metod. Mají různé účely a každá metoda má své výhody a nevýhody. Běžně jsou zkonstruované ke složení kostky co nejrychleji, co nejjednodušeji, co nejefektivněji, poslepu nebo jednou rukou. Pro odkazování na jednotlivé kroky metod je ustálené NBRS, tedy notation based reference system, česky odkazovací systém založený na notaci.

3.1. Notation based reference system

Hlavní součástí NBRS je pojmenování bloků. Každý blok je pojmenován průnikem tahů psaných za sebou bez mezer. Jednotlivé tahy se řadí. První se píše U/D, pak F/B, pak R/L, pak M/E/S. Například pojmenování kostičky v pravém dolním rohu vpředu se zapisuje DFR a pojmenování $2 \times 2 \times 2$ bloku vlevo dole vzadu se píše dbl. Je možné pojmenovat i středovou neexistující kostičku zápisem MES. Bloky lze sčítat a odčítat. Například složení hran na straně D se značí $DM + DS$ a složení 2 dolních vrstev kostky bez pravých předních kostiček se značí $d - dFR$. Pojmenování bloku může mít více způsobů.

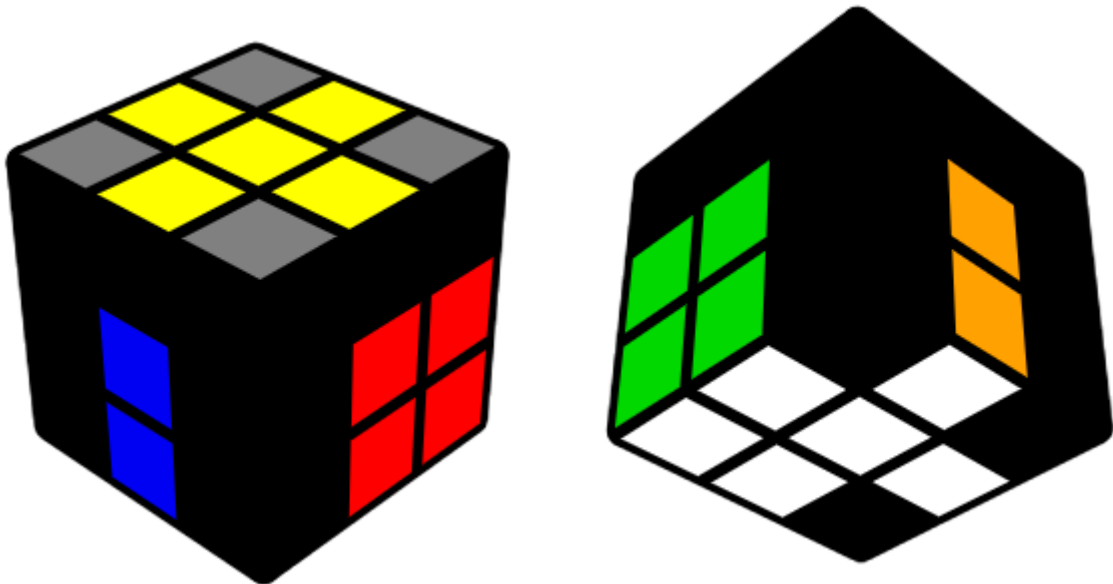
Existují i takzvané pseudobloky. To jsou bloky záměrně složené z nesprávných kostiček. Pro pojmenování se nejprve určí blok, jako by byl složený, následuje dvojtečka a rotace xyz, které blok posouvají do pozice, kterou pojmenovávám. Například bílo-modrá hrana mezi bílým a zeleným středem a kostkou orientovanou zeleným středem na straně F a bílým středem na straně U lze pojmenovat UBM:y2.

V zápisu se mohou vyskytnout i speciální znaky:

- * – tah nebo rotaci lze provést v libovolném množství
- > – přechod na další krok metody
- | – nebo
- E – všechny hrany kostky; na rozdíl od tahu E bývají specifikovány
- C – všechny rohy kostky
- X – všechny středy kostky
- OLL, Pi = Π, H, L, T, U, ... – ustálené formace
- () – specifikace formací nebo E, C, X; specifikuje o jaké kostičky se jedná; chybí-li v závorkách bližší určení kostiček, jedná se o všechny kostičky
- [] – specifikuje, co se děje s kostičkami
 - O() – orientace kostiček; musí být upřesněna pomocí rotací x, y, z nebo pomocí z odkazující na metodu ZZ
 - E()[O(x)] – orientace hran se nezmění při rotaci x
 - E()[O(y)] – orientace hran se nezmění při rotaci y
 - E()[O(z)] – orientace hran se nezmění při rotaci z
 - C()[O(x)] – rohy mají na stranách R/L barvy ze stran R/L; orientace rohů se při rotaci x nemění

- $C()[O(y)]$ – rohy mají na stranách U/D barvy ze stran U/D; orientace rohů se při rotaci y nemění
- $C()[O(z)]$ – rohy mají na stranách F/B barvy ze stran F/B; orientace rohů se při rotaci z nemění
- P – kostičky jsou navzájem permutovány
- $\{ \}$ – specifikuje, jakými kostičkami je blok tvořen

Příklad 3.1: Výsledný zápis může vypadat třeba takto: $y*:(dFR + dM + dS):y* + C(U)[O(y)] + E\{U\}[O(z)]$. Tomuto zápisu odpovídá obrázek 3.1.



Obrázek 3.1: Ilustrace k NBRs zápisu. Nalevo jsou stěny U, F, R; napravo jsou stěny D, B, L; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com

Toto je velice zjednodušený popis NBRs, pro lepší porozumění nebo alternativy zápisu doporučuji webovou stránku sites.google.com/site/athefre/concepts/nbrs [10].

3.2. Používané principy v metodách

Existuje několik proslavených metod. Některé z nich jsou zmíněné v předchozí kapitole 3.2. Při tvorbě nových metod se lidé často inspiroují právě z těch světoznámých. Nová myšlenka tak přichází jen k určitému úseku skládání. Tyto úseky lze shrnout do tří hlavních fází, a sice začátku, středu a zakončení. Každá metoda má také své zaměření. Tím může být rychloskládání, jednoduchý návod, skládání kostky poslepu (3BLD), skládání kostky jednou rukou (OH), skládání na co nejméně tahů (dále jen FMC), metoda pro počítačový program či skládání kostky ba i nekostky odlišné od ostatních hlavolamů. Další části této kapitoly se zaměří pouze na rychloskládání.

3.2.1. Orientování

Některé metody využívají speciální principy, které zdánlivě kostku neskládají, ale ve skutečnosti redukuje grupu Rubikovy kostky na menší podgrupu. Nejznámější je orientování hran (viz kapitola 2.2 Neexistující permutace). Orientování všech hran na dobré redukuje potřebné tahy na $\langle R, U, L, D, F2, B2 \rangle$. Výsledek se často projevuje až na konci skládání. Například metoda ZZ založená na tomto principu má garantovaný složený žlutý kříž po složení prvních dvou vrstev ($d + E[O(y, z)]$). Orientace hran se váže na osu rotace kostky. Osa orientace se určuje podle os rotací, které nemění orientaci žádné kostičky. Hrany mohou být orientovány na více os rotace. Orientování hran rotací se nazývá *slice derivování orientací hran*. Proměny orientací hrany v závislosti na pozici hrany ve slice vrstvách po určité rotaci ukazuje tabulka 3.1. Tabulka se vztahuje pouze na orientaci $E()[O(z)]$ [11].

Tabulka 3.1: Proměny orientací hran v závislosti na pozici hrany ve slice vrstvách; tabulka vytvořena autorem práce

lokace hrany	původ hrany	po rotaci x	po rotaci y	po rotaci z
V M slice	M slice	zůstane	zůstane	zůstane
	E slice	otočí se	otočí se	zůstane
	S slice	otočí se	zůstane	zůstane
V E slice	M slice	otočí se	otočí se	zůstane
	E slice	zůstane	zůstane	zůstane
	S slice	zůstane	otočí se	zůstane
V S slice	M slice	otočí se	zůstane	zůstane
	E slice	zůstane	otočí se	zůstane
	S slice	zůstane	zůstane	zůstane

Stejně jako hrany lze orientovat i rohy. Také se orientují podle os rotace tak, že při rotaci se jejich orientace nezmění. Orientace $C()[O(z)]$ způsobuje, že barvy rohů na stěnách U a D jsou shodné s barvami středů na stěnách U a D a redukuje grupu Rubikovy kostky na tahy $\langle U, D, R2, F2, L2, B2 \rangle$. Podobně fungují orientace podle osy x a y. Derivace orientací rohů v závislosti na rotaci teoreticky existuje, ale prakticky změny orientací rohů vidět i nezkušeným okem.

3.2.2. Permutování

Permutování neboli prohazování kostiček opět slouží k redukci grupy na podgrupu. Permutace hran není zcela běžná ve smyslu jiném než stavění bloků. Lze ji vidět například při řešení parity erroru. Parity error je permutace, která nelze složit očekávaným způsobem metody. K typickému příkladu parity erroru může dojít při skládání kostky $4 \times 4 \times 4$ metodou Reduction. V poslední fázi metody je $4 \times 4 \times 4$ kostka redukována do podoby $3 \times 3 \times 3$, ale může dojít k permutacím, které jsou na Rubikově kostce nedosažitelné. ($r U_2 r x U_2 r U_2 x' l' U_2 l U_2 r' U_2 r U_2 r' U_2 r'$ nebo $r_2 U_2 r_2 U w_2 r_2 u_2$, malé písmeno zde znamená otočení pouze druhé vrstvy.)

Permutace rohů se používá více. Běžně se jedná o složení DFL + DBL a permutaci zbylých rohů. Grupa je tím redukována na $\langle R, U, M, E, S \rangle$. Velká nevýhoda tohoto principu je obtížnost. Pomocí tahů $\langle R, U \rangle$ nelze prohodit 2, ani 3 rohy a zbylá prohození jsou také omezená. Po složení DFL + DBL lze složit tahy $\langle R, U, M, E, S \rangle$ jen šestinu případů. Zjišťování složitelnosti je velice obtížné a vyžaduje pamatování mnoha formací. Po identifikaci rohů potřebných k prohození následuje permutace.

Permutování kostiček je nezbytnou součástí zakončení téměř každé metody. Po složení většiny kostky zůstávají předem určené kostičky, na které jsou určeny algoritmy. Na zbyvajících kostičky určené k permutování lze odkázat zkratkou LXE (posledních X hran), XCYE (X rohů a Y hran) nebo třeba PLL (permutace poslední vrstvy).

3.2.3. Tvorba bloků

Tvorba bloků je to, co přibližuje kostku ke složené pozici. Existují amatérské návody na tvorbu bloků, pokročilejší jsou schopni je tvořit intuitivně. Zvolení bloků pro metodu ovlivňuje, jak snadno se bude kostka touto metodou skládat a jak bude metoda končit. Lze tvořit i takzvané pseudobloky (naznačené již v kapitole 3. 1 notation based reference system). To jsou bloky, které netvoří složenou kostku, ale tvoří jinou pozici na kostce. Další možností je skládání hran a rohů zvlášť.

3.3. Rychloskládání

Rychloskládání, anglicky speedcubing, je nejběžnější způsob skládání v kostkařské komunitě. Všechny rekordy, pravidla, statistiky, osoby a soutěže jsou zaznamenány na webu World cube association www.worldcubeassociation.org. Pro tuto práci je podstatné jen, že skládající má 15 sekund na prohlédnutí zamíchané kostky, kdy si následně sám spouští stopku. Zamíchání je nové, počítačem vygenerované, které nikdy před tím nebylo viděno (za předpokladu, že se tak nestalo náhodou. Pokud byla na celém světě kostka složena 1 000 000 000krát, pravděpodobnost, že se tak stane je přibližně 1 : 43 000 000 000). Pouze na soutěži dostávají všichni stejná zamíchání, která si ale nesmí navzájem sdílet. Světový rekord naposledy překonal Max Park 11. července 2023 s časem 3,13 sekundy single (to znamená, že se jedná o 1 složení, nikoli o průměr). Údaj se vztahuje ke dnu 12. 2. 2024 [12].

U metod pozorujeme jejich rychlost a efektivitu (průměrný počet tahů metody). Tyto veličiny jsou analogické k rychlosti (v), dráze (s) a času (t), platí tedy, že

$$t = \frac{s}{v}.$$

Rychlost ovlivňuje ergonomie (zde popisuje, jak snadno se člověku metoda používá), čas potřebný k rozpoznání permutací, look ahead apod. Look ahead je nejdůležitější dovednost skládajícího na rychlost. Jedná se o sledování nesložených kostiček během skládání, aby se eliminovaly pauzy. V metodě je podstatné, aby byly složeny nejprve ty části kostky, na které skládající nevidí.

Nejrozšířenější metodou je CFOP. Tato zkratka pochází z jednotlivých kroků metod. Jedná se o cross, first 2 layers, orientation of last layer, permutation of last layer. Zápis v NBRS zní

$$dM + dS > d > U[O(y)] > U[P].$$

Jednotlivé kroky metody se nazývají

$$\text{Cross} > F2L > OLL > PLL.$$

Vyznačuje se vysokou rychlostí a nízkou efektivitou. Navíc je zkrácenou verzí metody LBL. To je nejznámější začátečnická metoda, založená na skládání po vrstvách. Rychlost CFOP pochází z toho, že nevznikají žádná slepá místa. Většinu tahů tvoří tahy $\langle R, U, L \rangle$, které se dělají nejsnadněji. Rychlostní nevýhodou je častá potřeba kostku přehmátnout z jiného úhlu pohledu. Na tuto metodu je potřeba znát 78 algoritmů. To je relativně málo. Pro urychlení ale existuje mnoho dalších sad algoritmů, proto lze v této metodě využít přes 500 algoritmů. Průměrný počet tahů této metody je 55 tahů. Mistrři světa dosahují i více než 12 tahů za sekundu.

Metoda konkurující CFOP se nazývá Roux a pojmenoval ji Francouz Gilles Roux. Zápis v NBRS zní

$$dL > dR > C(U):y^* > dM + U.$$

Jednotlivé kroky metody se nazývají

$$\text{First block (FB)} > \text{Second block (SB)} > \text{CMLL} > \text{L6E}.$$

Roux je založená na intuici, obsahuje jen 42 algoritmů, které lze snadno odvodit. Vyznačuje se vysokou efektivitou, ideální ergonomií a obtížným look aheadem. Roux je metoda obtížná, proto při této metodě speedcubeři nedosahují takové rychlosti.

Poslední ze známé trojice metod je metoda ZZ pojmenovaná po Zbiginěvu Zborowském. Zápis této metody v NBRS zní

$$E()[O(z)] + dM > d > U[O, P].$$

Jednotlivé kroky se nazývají

EOLine > F2L > ZBLL.

Tato metoda využívá důležitý princip orientace hran. V metodě ZZ jsou hrany orientovány tak, aby nebylo potřeba tahů <F, B>. Orientace hran zajišťuje, že otáčení kostky bude hlavně pohodlné a nebude potřeba celou kostkou otočit. Po složení F2L se metoda podobá CFOP s tím rozdílem, že v metodě ZZ je zaručen složený žlutý kříž. Ten redukuje počet permutací z 3 896 na 494, a proto je možné složit poslední vrstvu metody ZZ jedním z 493 algoritmů. Nevýhodou této metody jsou slepá místa, tedy místa, která nejsou složená, ale skládající je nevidí. Tato metoda má mnoho variant.

Předchozí zmíněné metody jsou považovány za nejlepší pro rychloskládání, ale byla vytvořena nová metoda, která jim má konkurovat. Jmenuje se APB. Její NBRS zápis zní

$dI > E()[O(z)] + dBR > dfR > U[O, P]$.

Jednotlivé kroky se jmenují

$2 \times 2 \times 3$ blok > EOPair > LXS > ZBLL.

Tato metoda je speciálně vytvořená pro experty. Obsahuje 737 algoritmů. Mimo 493 ZBLL algoritmů jsou její algoritmy krátké a intuitivní. Celkový průměrný počet tahů byl vypočten na 48. Je to také metoda velmi rychlá. Jedinou její nevýhodou je její obtížnost. Existuje i její zjednodušená verze jen s 39 algoritmy.

4. JAK JSEM SE STAL SPEEDCUBEREM

Nepamatuji si, kdy jsem poprvé držel Rubikovu kostku ve svých rukou, ale vím, že roku 2018 o velikonočních prázdninách jsem nevydržel pohled na nesloženou kostku na polici a vyhledal si návod. Kostku jsem se ten den naučil složit s napsanými algoritmy na papíře. Druhý den jsem se naučil algoritmy nazpaměť a kostku poprvé zkusil složit na čas. Trvalo mi to přibližně šest a půl minuty.

V dalších dnech jsem si vzpomněl na kostkařskou komunitu, o které jsem věděl již dříve. Začal jsem si po internetu vyhledávat videa na toto téma, pořídil jsem si kostku, která se dobře otáčela a tím moje kostkařská kariéra započala. V létě téhož roku jsem úspěšně složil kostku za méně než minutu a později jsem si také koupil jiné varianty kostky. Chtěl jsem se naučit kostku skládat za méně než 20 sekund.

4.1. Od minuty k sekundám

Naučit se skládat kostku rychle není jen o tréninku. Trénink slouží hlavně k osvojení toho, co se člověk naučí. Abych si osvojil skládání na rychlost, musel jsem se naučit novou metodu. Vybral jsem si metodu CFOP. Je to velice známá, rychlá metoda, která se velmi snadno učí. Navíc to byla jen upravená metoda LBL (layer by layer), což je metoda začátečnická, kterou jsem již uměl. Z dnešního pohledu bych si býval vybral radši Roux nebo i APB, která tehdy ještě nebyla vynalezena, protože efektivní metody mi vyhovují více.

Proces učení CFOP nebyl na pár dní, trval roky. Nejprve jsem se učil, jak skládat krok F2L. S mými dosavadními znalostmi jsem skládal roh a hranu zvlášť. Nově jsem se učil vytvořit dvojici rohu a hrany (známou také jako F2L pár) tak, aby bylo možné je složit algoritmem $R U' R', R U R', L' U L$ nebo $L' U' L$. Způsob skládání byl stále zjednodušený.

Další novinkou bylo skládání bílého kříže intuitivně. Zprvu jsem skládal každou hranu zvlášť. Skládání poslední vrstvy byl největší problém, bylo potřeba se naučit 75 nových algoritmů. Opět jsem začal zjednodušeně. Naučil jsem se algoritmy $F R U R' U' F'$ a $Fw R U R' U' Fw'$ na složení žlutého kříže a algoritmy $sune R U R' U R U2 R'$ a $antisune R' U' R U' R' U2 R$ na orientaci rohů. Po složení žlutého kříže může nastat 7 různých případů špatně naorientovaných rohů známých jako S_n (sune), A_s (antisune), T , U , $P_i = \Pi$, H , L . Každá tato varianta lze složit kombinací dvou algoritmů sune nebo antisune.

Ve fázi PLL jsem se naučil algoritmus Y perm $F R U' R' U' R U R' F' R U R' U' R' F R F'$, který mimo jiné prohazuje diagonálně dva rohy. Společně s algoritmem A perm $x R' U R' D2 R U' R' D2 R2 x'$ je možné permutovat rohy jen jedním algoritmem. Na zbývající hrany jsem se naučil čtveřici algoritmů U_a perm $M2 U M' U2 M U M2$, U_b perm $M2 U' M' U2 M U' M2$, H perm $M2 U M2 U2 M2 U M2$ a Z perm $M' U' M2 U' M2 U' M' U2 M2$, pomocí které lze dokončit permutaci jen jedním algoritmem.

Další měsíce jsem trávil učením zbývajících algoritmů a efektivních způsobů tvorby kříže a F2L párů. Optimální bílý kříž by měl být postaven do nejvýše osmi tahů a při rychloskládání by skládající měl být schopen kříž naplánovat během inspekce dlouhé 15 sekund. Nejideálnějším způsobem učení bylo pozorovat, jak kříž skládají experti nebo experimentovat s vlastními nápady. Stejná taktika platila i pro F2L. Zlepšování tvorby párů oproti kříži více záleží na učení se od ostatních, protože některé kombinace tahů je velice obtížné odhalit. Nové kombinace se učím dodnes a vždy bude co se učit. Jako ideální se uvádí složit každou ze 167 permutací F2L párů na maximálně 8 tahů.

Na poslední vrstvu jsem si nakreslil všechny permutace kroků OLL a PLL, které mohou nastat a k nim jsem si vypsál algoritmy, které je složí. Zbývalo jen se je postupně naučit a procvičováním zapsat do svalové paměti.

Kompletní CFOP metodu jsem se naučil, když jsem skládal okolo 16 sekund, učení této metody tím ale zdaleka nekončí. Z limitujících 15 sekund inspekce se postupně stala zbytečně dlouhá doba a některé způsoby skládání byly velice neefektivní. Na řadu přišly skutečně potřebné techniky, které často sahají daleko za hranice kostkařské komunity.

Počínaje křížem, nově jsem se učil tvořit více než kříž. Obvykle se jedná o strukturu zvanou rozšířený kříž neboli Xcross. Ten je tvořen křížem a jedním složeným párem. Lze složit i XXcross nebo XXXcross, tedy kříž se dvěma či třemi složenými páry. Vše je stále prováděno intuitivně a plánováno během 15 sekund. K tomu jsem se snažil určit lokaci co nejvíce párů po složení kříže, abych eliminoval pauzy.

Přechod z kříže do F2L by měl být zcela nepozorovatelný, protože se k tomu používá *look ahead*. Sousloví look ahead lze přeložit jako pozorování dopředu nebo sledování, co se stane, ale v kostkařské komunitě je to tak důležitá technika, že se nepřekládá, ale považuje se skoro až za termín. Jedná se o pozorování těch kostiček, které skládající hodlá složit jako následující a začíná s prvním provedeným tahem. Plánování F2L párů z inspekce je mnohem důležitější než stavba Xcrossu. Skládající nejen naplánuje prvních 15 tahů, ale také vymyslí, jak tyto tahy provést co nejpohodlněji. Při spuštění stopek se skládající snaží složit kříž a naplánované páry co nejrychleji a během toho se snaží vydedukovat další páry. Při skládání jednoho páru musí určit, kde a jak bude vypadat pár další. Každý pár lze navíc složit mnoha způsoby. Skládající musí určit ten nejideálnější, který pokud možno nevyžaduje rotaci kostky a který co nejlépe připraví pár následující. Vznikly také techniky jako keyhole nebo pseudoF2L. Principem keyhole je složit pár rozděleně na různých místech a pak jej složit pomocí D tahů. PseudoF2L je F2L, kde skládající neskládá d, ale $E + D:y^*$. Existují i způsoby, jak skládat více párů najednou. Znalost principu orientace může značně zjednodušit skládání F2L párů.

Skládání posledního páru se může lišit od ostatních, protože skládající se nesnaží připravit si co nejlepší nadcházející pár, ale co nejlepší poslední vrstvu. Pro tyto případy je vytvořeno mnoho setů algoritmů. Mezi ty nejznámější patří například VLS pro bonusové orientování hran či složení celého OLL; tuto sadu vytvořil Mats Valk, dále nulování, které na principu komutátorů k páru složí OLL; tuto techniku vytvořil Feliks Zemdegs. ZBLL pro složení celé kostky, pokud je složené F2L a žlutý kříž, popřípadě pokud skládající orientoval hrany; tento set vytvořili Zbigniew Zborowski a Ron van Bruchem. COLL pro složení OLL a permutaci rohů. Jedná se o část ZBLL. 2GLL pro složení celé kostky, je-li složen žlutý kříž a jsou permutované rohy. 2GLL je část ZBLL.

U každého algoritmu je potřeba rozeznat, z jakého úhlu pohledu se musí udělat a je-li to poslední algoritmus, tak také určit AUF. To znamená tah strany U po provedení algoritmu. Není-li to poslední algoritmus, lze se naučit určit permutaci rohů nebo hran po provedení algoritmu.

Já osobně jsem se naučil OLL (57 algoritmů), PLL (21 algoritmů), COLL (40 algoritmů, nepovažuje-li se PLL jako součást COLL), VLS na orientaci hran (8 algoritmů) a učím se 2GLL. Abych se naučil provádět algoritmy rychle, opakuji některé algoritmy stále dokola. Správně provedený algoritmus bývá proveden rychlostí přes 15 tahů za sekundu.

4.2. Ukázkové složení kostky

Jako ukázkou jsem vybral svoje nejlepší složení, kde byly všechny kroky z CFOP. (Může nastat, že se nějaký krok sám složí, například je šance 1 : 72, že se samo složí PLL)

Datum: 25. 5. 2022 20:26

Čas: 6,58 sekund

Počet tahů: 42

Průměrná rychlost: 6,38 tahů za sekundu

Zamíchání (vygenerováno programem Twisty Timer): R2 B2 R F2 R' L B L B2 D2 B2 L2 U R2 U2 F2 D' F2 U2

Odkaz na online simulaci: alg.cubing.net (jen online verze dokumentu)

Moje řešení:

z2 y	// rotace v inspekci
F' L' D2	// kříž a dBR
U L' U' L	// druhý F2L pár (plánovaný)
U R U2 R' U' y R' U' R	// třetí F2L pár
U' L' U' L U L' U' L	// F2L
U2 Rw' R2 U R' U Rw U2 Rw' U M'	// OLL 3
M2' U M' U2 M U M2'	// PLL Ua perm
U'	// AUF

4.3. Jiné disciplíny kostkařské komunity

Existuje mnoho variant Rubikovy kostky, přesněji řečeno stovky variant. Každá varianta nabízí nové výzvy. Varianty nabývají různých geometrických těles pravidelných i nepravidelných. Pozoruhodný je třeba dvanáctistěn známý jako megaminx či kostka ghost, kde není cílem složit barvy, ale tvar krychle. Existují i počítačové verze kostek ve čtvrté a vyšších dimenzích a jejich analogicky stejně fungující napodobeniny ve třetí dimenzi. Zvláštností může být i kostka, jejíž kostičky tvoří rotující ozubená kolečka, některé varianty viz na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Ukázka některých hlavolamů podobných Rubikově kostce. Obrázek pochází z webu www.wallpaperflare.com

Jinou variací může být klasická Rubikova kostka, ale složena poslepu. Tuto schopnost jsem si osvojil. Klíčem k takovému zdánlivě nemožnému činu je skládání každé kostičky zvlášť. Každá kostička má své vlastní písmeno (viz obr. 2.3 z kapitoly 2.6). Nejjednodušší metodou na skládání poslepu je Old Pochmann. V této metodě jsou používány algoritmy pseudo Y perm $R U' R' U' R U R' F' R U R' U' R' F R$ a T perm $R U R' U' R' F R^2 U' R' U' R U R' F'$. Pseudo Y perm je používán na permutaci rohů A a K, T perm je používán k prohození hran D a B. Skládání a pamatování tahů je analogické k chudé vesnici, kde obyvatelé vlastní jen jedno kolo. Každý obyvatel se nachází v jednom z domů ve vesnici, a chce dorazit domů na kole. Kolo je zaparkované u domu A. Návštěvník domu A se pohodlně sveze domů, kde předá kolo dalšímu obyvateli, ten převezme kolo a také vyrazí domů. Tak proces pokračuje, dokud nedorazí domů obyvatel A. Pokud někdo ještě domů nedorazil, obyvatel A pro něj s kolem přijede a kolo mu půjčí. Proces se pak opakuje. Na Rubikově kostce jsou obyvatelé kostičky a domy pozice, kam kostičky patří. Algoritmus je kolo. Rohy a hrany jsou skládány zvlášť. U rohů kolo začíná na pozici A, u hran na pozici D. Jízda na kole do domu X, kde X zastupuje libovolné písmeno mimo X a Y anglické abecedy, je reprezentována set up tahy, které u rohů nahradí pozici K pomocí tahů $\langle R, F, D \rangle$ pozicí X a provedením algoritmu pseudo Y perm. [set up tahy: pseudo Y perm]. U hran je jízda na kole reprezentována nahrazením pozice B pozicí X pomocí set up tahů $\langle D, L, M, E \rangle$ a algoritmem T perm. [set up tahy: T perm]. Je-li počet jízd u rohů lichý, pak hrany A a B mají prohozený domov. Nejprve se skládají hrany, pak rohy. Skládající si nejprve prohlédne, jak bude kolo putovat u rohů, potom jak bude putovat u hran. Predikce je v podobě písmen označujících rohy jdoucích po sobě. Je-li všechno provedeno, jak má, pak skládající podle seznamu písmen kostku složí.

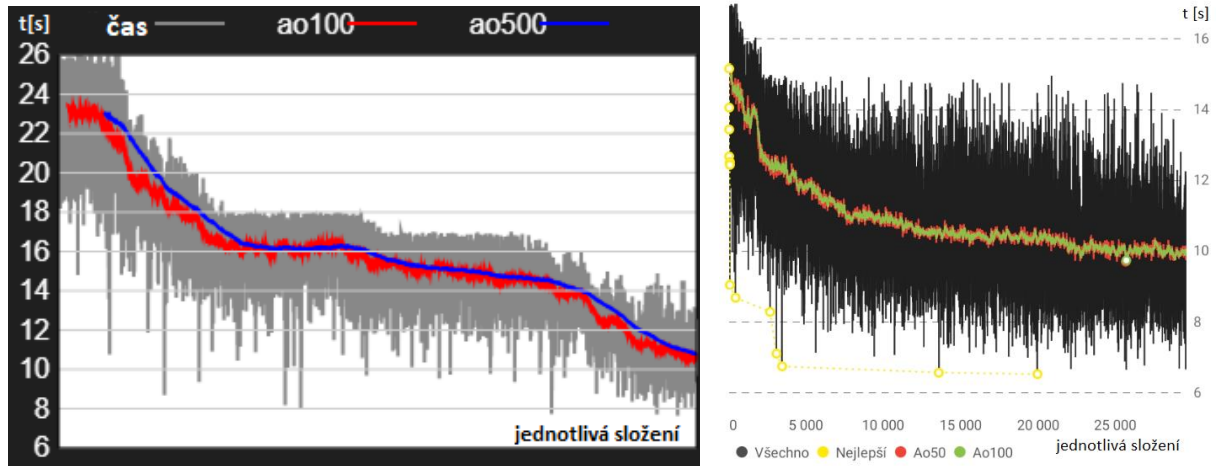
Zbývá jen způsob, jak si zapamatovat písmena. Skládající si je rozdělí do dvojic a každou dvojici si zapamatuje jako slovo. Slova složí do příběhu. Pokud si skládající potřebuje zapamatovat více slov, příběhy si představí v místnostech nějaké budovy jemu známé.

Já jsem se naučil expertní metodu 3-style, kde kostičky nejsou skládány po jedné, ale po dvou za použití komutátorů. Tato metoda používá 944 algoritmů, které je ale možné vytvořit během skládání stejně jako je ukázáno v kapitole komutátory.

Přidáním algoritmů je možné složit jakoukoli kostku $N \times N \times N$. Já jsem složil poslepu kostku $4 \times 4 \times 4$ a téměř i kostku $5 \times 5 \times 5$. Na videu jsem zpětně odhalil, že jsem udělal jeden špatný tah.

4.4. Grafické zpracování

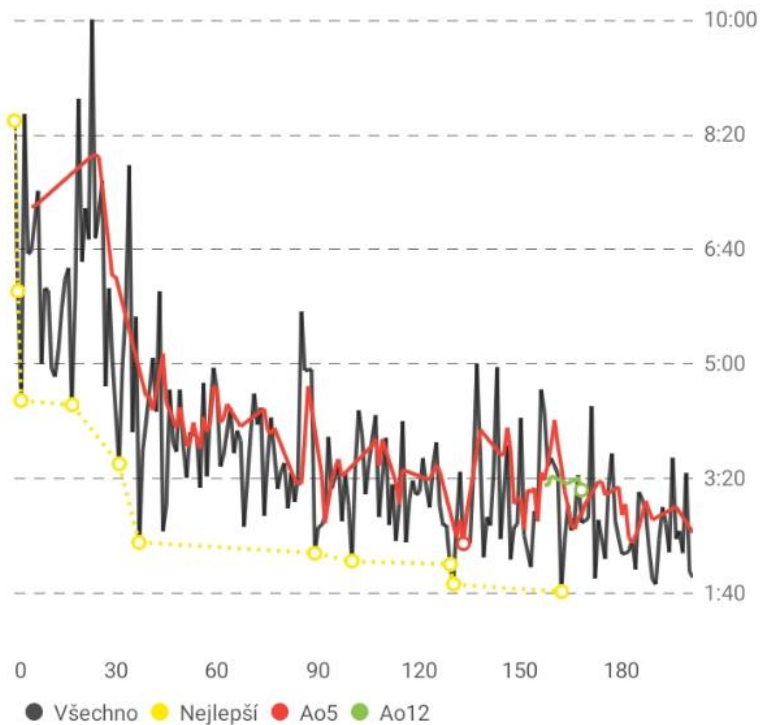
Mnoho časů jsem si zaznamenal. Zde jsou grafy 4.1 a 4.2 z webové aplikace cstimer.net a aplikace Twisty Timer k běžnému skládání kostky 3×3×3:



Graf 4.1 a 4.2: Chronologicky seřazená složení Rubikovy kostky v závislosti na časové hodnotě [s]. Levý graf je vytvořen webovou aplikací cstimer.net a pravý graf aplikací Twisty timer. Každý vrchol šedé a černé lomené čáry představuje čas jednotlivého složení. Doplňující červené, modré a zelené čáry ukazují průměr. Zkratka aoX znamená aritmetický průměr bez extrémů z posledních X časů. Graf nalevo obsahuje 6930 složení, graf napravo obsahuje 29 619 složení

Z levého grafu lze vyčíst, že zlepšení probíhalo v krátkých úsecích. Časy v rozmezí minuty až 26. sekundy zde nejsou uvedeny, protože jsou zaznamenány na papíře. Ukazují ale, že zlepšení probíhalo v ještě výraznějších skocích. Na levém grafu se také projevil můj nepěkný zlozvyk. Mazal jsem časy převyšující 18 a 17 sekund. Graf je tedy velice zkreslený. Graf napravo oproti levému ukazuje plynulé zlepšování a již více odpovídá nějaké křivce úspěchu. Pravý graf také zpracovává data, kdy jsem se přestal snažit o nějaké zlepšení, křivka je ale stále klesající. Křivka končí pod 10 sekundami. Mými rekordy jsou [s]: nejrychlejší složení 6,53; ao5 8,5; ao12 9,13; ao50 9,7; ao100 9,75; ao1000 9,93. Malý rozdíl mezi ao50 a ao100 ukazuje, jak pomalé je moje zlepšování.

Na následujícím grafu 4.3 z aplikace Twisty Timer si lze povšimnout zaznamenaného skládání kostky 3×3×3 poslepu.



Graf 4.3: Chronologicky seřazená složení Rubikovy kostky poslepu v závislosti na čase [min:s]. Graf doplňují průměry

Narozdíl od běžného skládání zde mám zaznamenány i pokusy, které se nepovedly, tedy DNF (did not finish). Celkem mám zaznamenáno 298 pokusů a z toho 201 úspěšných. Z toho vyplývá, že přibližně každý třetí pokus je neúspěšný. Pomyslná regresní křivka grafu oproti předchozím grafům by nebyla schodovitá. Průměry jsou vyznačeny pouze jako vrcholy červené a zelené lomené čáry. Občasná absence vrcholu vzniká neúspěšnými pokusy DNF, protože je nelze započítat⁸. Z toho důvodu k výpočtu ao12 došlo jen osmkrát. Pokles časů okolo 30. úspěšného složení je způsoben přechodem z metody Old Pochmann na 3-style. Výraznou špičku okolo 90. složení způsobila několikátýdenní přestávka. Narozdíl od běžného skládání se schopnost skládat poslepu vytrácí velice rychle. Také při únavě se pravděpodobnost úspěchu velice snižuje. Mým rekordem je 1 minuta a 41, 56 sekundy.

⁸ Je-li v průměru jen jedno DNF, započítává se jako extrém a průměr tak lze vypočítat.

4.5. Soutěž

Soutěže se vždy konají podle pravidel asociace World cube association (zmíněno v kapitole 3.3 rychloskládání). Na takové soutěži skládající nejprve odevzdá svoji kostku k papíru se svým jménem, dále čeká, než mu kostku organizátoři zamíchají a na zavolání jde kostku složit. Obvykle má každý skládající jednoho rozhodčího, kterým je jiný soutěžící.

24. 7. 2022 jsem se zúčastnil soutěže Kostelec summer 2022. Moje výsledky jsou dohledatelné na <https://www.worldcubeassociation.org/persons/2022KLOU01>. Soutěžil jsem ve skládání kostky typu $2 \times 2 \times 2$, $3 \times 3 \times 3$ a $5 \times 5 \times 5$. Bohužel jsem $3 \times 3 \times 3$ nesložil pod 10 sekund. V ostatních eventech jsem si vedl výborně. V budoucnu bych se chtěl zúčastnit ve skládání poslepu a složit kostku pod devět sekund [12].

5. TVORBA NOVÉ METODY

Mimo zpracování mého progresu jsem se také pokusil vytvořit novou metodu na kostku.

Před tvorbou nové metody je potřeba určit, jaká hranice odděluje metodu novou od variace metody staré. Neexistují žádná určitá pravidla. Vynalezené metody jsou roztroušené po internetu v různých podobách od příspěvků na sociální síti, přes videa až po samostatné webové stránky. Existuje i online knihovna metod čítající mnoho desítek různých metod. Zmíněná webová stránka prochází procesem tvorby. Některým metodám v současnosti schází popisek a stále existuje mnoho metod zde neuvedených. Jako definici metody odlišné od ostatních využívám odlišnosti mezi dohledatelnými metodami [13].

Je běžné, že dvě odlišné metody mohou sdílet nějaké kroky. Obvykle se jedná o začátek či zakončení.

Jasným faktorem je odlišnost ve tvorbě bloků. Jiné bloky, jiná metoda. Může ale nastat situace, že bloky jsou stejné, jen z jiného úhlu pohledu. V takovém případě bych to osobně nazval variací té metody, která byla vynalezena jako první. Pokud metody odlišuje například jedna kostička, a to po doby jednoho kroku, pak je označení variace také přesnější.

U principů používaných v metodách je rozlišní variace a nové metody obtížnější. Někdy provést například orientaci hran může tvořit novou metodu, někdy jen variaci. V tomto případě je lepší zvolit slovní hodnocení obsahující i toto určení.

Poslední případ, který může nastat je, že první část metody je tvořena jednou metodou, druhá část je tvořena druhou metodou. Pro tento případ lze vymezit výraz hybrid či kombinace.

5.1. Návrh

Na novou metodu je potřeba nový nápad. Svoji metodu jsem chtěl zaměřit hlavně na efektivitu. Jako inspirace mi posloužila FMC. Pro zachování ergonomie jsem chtěl redukovat tahy na <R, U, F, D, M, S>. Novou myšlenku jsem se pokusil přinést do všech částí nové metody, ačkoli vytvořit nový začátek bylo obtížné. Součástí mého snažení bylo *mnoho* neúspěšných pokusů. Velice dobrý tvůrce metod James Straughan na svém webu napsal: *“Zahodil jsem tisíce nápadů a uschoval a rozvil pouze ty, které obstály.”*⁹ [14]

⁹ Originální znění: “I’ve thrown away thousands of ideas and only kept and developed the ones that stood out.” James Straughan [14]

5.2. Pátrání po inspiraci

Zcela dominantní metodou v FMC je metoda DR neboli Domino reduction. NBRS zápis zní $[O] > [P]$. Je to metoda pocházející z důkazů intervalu Božího čísla. Metoda využívá orientaci hran na dvě osy rotace a následně orientuje i rohy. Výsledná pozice se nazývá DR pozice a skládá se stejným způsobem, jako kostka zvaná domino cube. Božím číslem pro DR pozici je 12 tahů. Důležité je, že tato metoda není určena pro rychloskládání. Mnoho dalších FMC metod využívá orientaci hran. Z toho lze vyvodit, že pro tvorbu efektivní metody bude potřeba orientace hran. Dalším častým obsahem FMC metod jsou komutátory a sice hlavně v takzvaném skeletonu. Převedení do rychloskládání skeleton je posledních pár kostiček permutovatelných komutátorem. Rozdílem je, že v FMC se tyto komutátory neprovádí nakonec, ale v průběhu skládání skeletonu.

5.3. Nápady a jejich zhodnocení

5.3.1. První nápad

Mou první myšlenkou byla inspirace metodou Belt. Zápis metody Belt v NBRS zní: $E > U\{U\} - [O] > [O] > [P]$. Myšlenka této metody pochází z metody CFOP. Po složení E, známého jako Belt, česky opasek, a oddělení kostiček U od kostiček D, je myšlenkou U a D složit pomocí OLL a PLL z metody CFOP. Z této metody se stal trochu vtip, protože je velice neefektivní a po oddělení U a D kostiček může dojít ke dvěma parity errorům.

Mým nápadem bylo nejprve orientovat hrany a následně složit E – FRE. To redukuje kostku na tahy $\langle R, U, D \rangle$ až do posledních kostiček. Zakončení by mohlo končit algoritmem ZBLL pocházejícího z metody ZZ či algoritmem metody Tripod ($dbl > dFl + Ubl + dbR > [P]$).

Samotnou vrstvu D – DFR lze skládat jako F2L, tedy pomocí konjugace $[R: U^*]$ a hrany skládat pomocí R2. Nevýhodou mého nápadu je neefektivita skládání rohů orientovaných podle osy y, zakončení metodou Tripod by bylo obtížné, protože d – dFR by často tvořil pseudoblok a tím by bylo těžké rozeznat potřebný algoritmus. Metoda se také velmi podobá metodě Nautilus. Musel jsem se tedy poohlédnout po jiném nápadu.

5.3.2. Druhý nápad

Další myšlenkou může být třeba metoda končící permutací hran $E(U + FRE)[P]$. Tento nápad lze ještě podpořit parciální orientací hran. Na provedení komutátorů hran není potřeba mít hrany naorientované. Vzhledem k tomu, že zbývající kostičky jsou pouze hrany, lze usoudit, že se algoritmy budou velice podobat komutátorům. To redukuje hrany potřebné k orientování na 7, respektive 8 hran, protože lze orientovat pouze počet hran sudý. Toto zakončení se shoduje s metodou Zipper, ale provedením jiného začátku vzniká metoda nová. Zipper začíná stejně jako CFOP, ale je složeno pouze $F2L - 1$, neboli $d - dFR$. Následně jsou složeny rohy horní vrstvy a konečně $L5E$. Pro zefektivnění této metody jsem se inspiroval od metody Petrus a APB a vytvořil $E\{d\}[O(z)] > db > C[O, P] > E[O, P]$. Později jsem zjistil, že se to téměř shoduje s metodou Tudor.

5.3.3. Třetí nápad

Dále mě napadlo začít $dI - DFL > E()[O(z)]$. Dalším krokem by bylo $R\{R\}$, tedy oddělení všech kostiček ze strany R od ostatních. Nebyly by ani orientovány ani permutovány. Následovaly by algoritmy, a sice složení strany R a následně složení $3C3E$. Tento nápad pochází z myšlenky, že by se kostičky stále permutovaly do menších a menších oblastí, až by se permutovaly úplně a zbývalo je jen orientovat. Z posledního kroku metody CFOP jsem se naučil, že nejrychlejší bývají ty algoritmy, které prohazují jak rohy, tak hrany s ohledem na počet prohazovaných kostiček. Proto jsem chtěl, aby to bylo obdobné i v mnou vytvořené metodě. Na kostce je 8 rohů a 12 hran, proto je první krok vytvořen tak, aby skládal 1 roh a 5 hran. Podobně jsem odvodil ze skládání kostky poslepu, že orientování permutovaných kostiček zabírá také mnoho tahů, proto je lepší buď nejprve orientovat a pak permutovat nebo tak učinit najednou. Tím jsem určil následující krok orientaci hran. Práce s naorientovanými rohy je velice obtížná, proto jsem je ponechal neorientované. Konečně přichází na řadu původ této myšlenky, a sice permutovat kostičky do menších oblastí. Výběr zrovna kostiček R nemá jasné opodstatnění, prostě mi to tak přišlo ideální.

Nezkušenému člověku může připadat obtížné určit, kdy je sada algoritmů použitelná a kdy ne. Zkušený skládající je schopen toto odhadnout, ale pro upřesnění slouží počet permutací zkoumané sady. Také záleží, zda algoritmy skládají nějaké pseudobloky, se kterými je velice obtížná práce, a na délce algoritmů či přítomnosti jejich zrcadlových verzí usnadňujících učení. První sada algoritmů mého nápadu obsahuje více algoritmů než ZBLL, protože ZBLL tvoří část této sady. Řešením může být například orientování dvou rohů při oddělování kostiček nebo zmenšení počtu permutovaných kostiček. Druhá sada algoritmů $3C3E$ je méně obsáhlá. Počet permutací této sady je $3! \cdot 3 \cdot 32 = 162$. Jedna permutace je složená, dohromady je potřeba 161 algoritmů. Pokud by při oddělování R kostiček bylo použito $C(R)[O(x)]$, zredukovalo by to počet algoritmů na 71. Dohromady má můj nápad 233 algoritmů, a to je přijatelné.

5.4. Podrobné popsání vytvořené metody

Metodu jsem pojmenoval *RPS* podle *R pieces separated*. Metodu ilustruje obrázek 5.1. Metoda je vytvořena za účelem rychloskládání. Metoda obsahuje 233 algoritmů, popřípadě zjednodušená metoda obsahuje 56 algoritmů. Zápis metody v NBRS zní: $dl - DFL > E[O(z)] > R\{R\}[O(x)] > R[P] > [P]$. Jednotlivé kroky nejsou pevně dané, protože lze části kroků uvedených v NBRS zápisu přesouvat. Přesto lze tyto uvedené kroky pojmenovat $2 \times 2 \times 3 - 1 > EO > R \text{ separace} > PLLP$ (PLL s paritou) $> 3C3E$. Tento aspekt dodává skládajícímu více možností. Moji metodu ilustruje obrázek 5.1.



Obrázek 5.1: Ilustrace k metodě RPS podle kroku R separace. Šedá barva naznačuje orientaci hran; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com

$2 \times 2 \times 3 - 1$: Tento blok lze naplánovat v inspekcí. Existuje mnoho pomocných návodů ohledně tvorby bloků. Nováčkům bych doporučil vytvořit nejprve $2 \times 2 \times 1$, následně rozšířit hranou na $2 \times 2 \times 2$ a nakonec přidat zbylé 2 hrany.

EO: K orientaci hran lze použít S tahy nebo konjugaci $[F^*: R^*|U^*]$. Tento krok lze udělat intuitivně. Nováčkům bych doporučil špatné hrany skládat algoritmem $F' U' F$, který mění orientaci hran UL a FR, a algoritmem $S' U^* S$, který mění orientaci hran DR, UR, UB a UF.

R separace: Tento krok je možná nejtěžší. Pomocí tahů U lze orientovat rohy a připojovat je k již naorientovaným hranám. Vložení posledního rohu může být problematické. Právě zde přichází praktičnost nesloženého rohu DFL. Poslední roh je složen komutátorem a DFL eliminuje jinak potřebné set up tahy.

PLLP: PLLP je čistě na bázi 71 algoritmů. Nováčkovi bych doporučil pomocí algoritmu $[U^2 R': H \text{ perm}] = U^2 R' (M^2 U' M^2 U^2 M^2 U' M^2) R U^2$ eliminovat paritu a použít jeden z 21 PLL algoritmů.

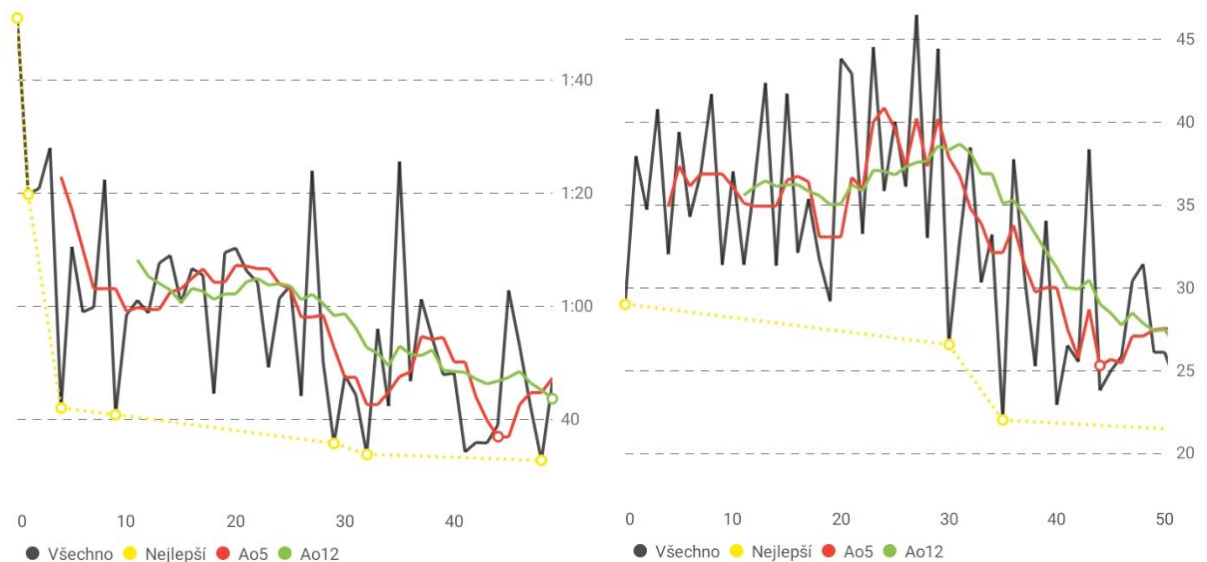
3C3E: 3C3E je čistě na bázi 161 algoritmů. Nováčkovi bych doporučil pomocí algoritmu [F2: pseudo Y perm] = F2 R U' R' U' R U R' F' R U R' U' R' F R F2 eliminovat paritu a pomocí komutátorů složit hrany a rohy zvlášť.

5.5. Zhodnocení metody

Metodu RPS nemohu považovat za výbornou. Průměrný počet tahů této metody odhaduji na 70 tahů. Metoda obsahuje mnoho algoritmů a mnoho rotací. Algoritmy nejsou tak obtížné k učení, protože jejich část pochází z CFOP a část tvoří velice snadné komutátory. Výhodou této metody je dobrá ergonomie. Převažují tahy R, U a jsou doplněny tahy F, D. Složené kostičky se během skládání dostávají do pozadí a tím je rozeznávání permutací jednodušší.

Metodu lze upravit tak, aby nedocházelo k parity errorům, čímž by se snížil počet algoritmů i jejich délka. Modifikovat lze i R separaci, které je mírně nešikovná.

Svoji metodu jsem samozřejmě testoval. Grafy 5.1 a 5.2 původem z aplikace Twisty timer srovnávají mých prvních 50 složení metody RPS a metody Roux. Metoda Roux pro mě byla metodou odlišnou od toho, co jsem znal. Také to není dávno, co jsem se ji učil, podmínky obou metod jsou tedy srovnatelné.



Graf 5.1 a 5.2: Chronologicky seřazená složení Rubikovy kostky v závislosti na čase [min:s]. Grafy doplňují průměry. Levý graf reprezentuje metodu RPS a pravý metodu Roux

Je viditelné, že metodu RPS jsem začal v mnohem vyšších číslech. Následovalo ale okamžité zlepšení. Průměr jsem přitáhl až ke 40 sekundám. U metody Roux se zlepšení projevilo až později. Průměr jsem ale stáhl až k 25 sekundám. Metoda Roux se osvědčila mnohem více.

6. ZÁVĚR

Svůj účel popsat matematicky Rubikovu kostku tato práce splnila. Ukázané jsou zde například grupy, komutátory či orientace a permutace. Praktická část mi ale dala mnoho zabrat, a překvapilo mě, že i přesto se mi podařilo vytvořit novou metodu. Se svojí mnohaletou zkušeností jsem očekával, že novou metodu vytvořím hned. Mýlil jsem se. Trvalo mi to měsíce pokusů a omylů, než moje metoda vznikla a zde jsem napsal pouze ty nejnadějnější nápady. I to, že dnes existuje, považuji za velký úspěch. Při tvorbě se z mého původního důrazu na efektivitu stala metoda neefektivní, ale rychlá. Tuto metodu s největší pravděpodobností používat nebudu. Kdybych se ale rozhodl opustit zajaté koleje metody CFOP, zcela určitě bych přešel na APB.

Nečekal jsem, že jsem toho tolik o Rubikově kostce nevěděl. Dohledávání veškerých informací nebylo jen zpestření mých kostkařských i nekostkařských obzorů, naučil jsem se mnoho nových věcí. Nejvíce mě zaskočilo, že v počtu permutací dosažitelných několika tahy z počáteční pozice se skrývá Fibonacciho posloupnost se zlatým řezem. Jinou novinkou byl třeba zápis v NBRS, derivování orientací hran či permutace rohů, kterou jsem dlouho ani nemohl pochopit. Chtěl jsem také zabrousit do mnoha dalších matematických zákoutí Rubikovy kostky, na které zde z časových důvodů již nezbylo místo. Mezi ně patří vícedimenzionální kostky či hlavolamy s úplně jinou geometrií.

Svoji kostkařskou kariéru v posledních letech odsouvám do pozadí, ale konec neplánuji. Se svými výsledky jsem avšak nadmíru spokojen. V budoucnu bych chtěl na soutěži složit kostku pod 10 sekund, protože dnes je můj průměr také jen v jednotkách. Láká mě také skládání poslepu. Mimo složení $3 \times 3 \times 3$ kostky poslepu na soutěži bych se chtěl také naučit skládat kostku $5 \times 5 \times 5$ poslepu.

7. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] KUBESA, Michael. Základy diskretní matematiky. Online, Zpracování projektu. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni, 2011. Dostupné z: https://homel.vsb.cz/~kov16/files/zaklady_diskretni_matematiky.pdf. [cit. 2024-02-10].
- [2] FERENC, Denes. Unsolvable Rubik's Cube. *Ruwix twisty puzzle wiki* [online]. 2012 [cit. 2024-01-12]. Dostupné z: <https://ruwix.com/the-rubiks-cube/unsolvable-rubiks-cube-invalid-scramble/>
- [3] HARDWICK, Chris. *Number of combinations to the Rubik's Cube and variations* [online]. 2006 [cit. 2024-01-12]. Dostupné z: <https://www.speedcubing.com/chris/cubecombos.html>
- [4] HORT, Daniel a Jiří RACHŮNEK. Algebra I [online]. Olomouc, 2005 [cit. 2024-02-12]. Dostupné z: <https://kag.upol.cz/data/upload/15/ATA.pdf>. Univerzita Palackého v Olomouci.
- [5] BEČVÁŘ, Jindřich. *Lineární algebra. Vyd. 3. Praha: Matfyzpress, 2005. ISBN isbn80-86732-57-6.*
- [6] REID, Michael. *Superflip requires 20 face turns* [online]. 1995 [cit. 2024-01-13]. Dostupné z: https://www.math.rwth-aachen.de/~Martin.Schoenert/Cube-Lovers/michael_reid_superflip_requires_20_face_turns.html
- [7] ROKICKI, Thomas, Palo ALTO, Herbert KOCIEMBA, Morley DAVIDSON a John DETHRIDGE. *God's number is 20* [online]. c2010-2023 [cit. 2024-01-12]. Dostupné z: <https://www.cube20.org/>
- [8] A Hamiltonian circuit for Rubik's Cube [online]. [2011] [cit. 2024-01-13]. Dostupné z: <https://bruce.cubing.net/ham333/rubikhamiltonexplanation.html>
- [9] The Devil's Number and The Devils' Algorithm [online]. b. r., 20. 2. 2013 [cit. 2024-01-13]. Dostupné z: <http://anttila.ca/michael/devilsalgorithm/>
- [10] STRAUGHAN, James. Notation Based Reference System. *Athefre* [online]. b. r. [cit. 2024-01-13]. Dostupné z: <https://sites.google.com/site/athefre/concepts/nbrs>
- [11] STRAUGHAN, James. Slice derived EO. *Athefre* [online]. 2022 [cit. 2024-01-30]. Dostupné z: <https://sites.google.com/site/athefre/concepts/slice-derived-eo>
- [12] World cube association. Online. 2004, aktualizováno 8. 2. 2024. [cit. 2024-02-08]. Dostupné z: <https://www.worldcubeassociation.org/>
- [13] STRAUGHAN, James. *Method Library* [online]. 2020 [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: <https://sites.google.com/view/methodlibrary/home>

[14] STRAUGHAN, James. Athefre [online]. b.r. [cit. 2024-02-06]. Dostupné z:
<https://sites.google.com/site/athefre/main>

8. SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obrázek 2.1: Označení stran Rubikovy kostky. Zdroj obrázku: https://cubemania.cz/rubikova-kostka/rubikova-kostka-3x3x3/znaceni-tahu-3	7
Obrázek 2.2: Vnitřek mechanické Rubikovy kostky; foceno autorem práce	8
Obrázek 2.3: Dobré a špatné hrany. Je-li barva na světlé části shodná s barvou středu strany U nebo D, respektive strany F nebo B, hrana je dobrá; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com	9
Obrázek 2.4: Označení kostiček na $N \times N \times N$ Rubikově kostce; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint	11
Obrázek 2.5: Diagram popisující možnosti tahů ze složené pozice; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint	14
Obrázek 2.6: Pojmenování kostiček. Fialové písmo značí pojmenování strany; vytvořeno autorem práce v programu Microsoft paint	17
Obrázek 3.1: Ilustrace k NBRS zápisu. Nalevo jsou stěny U, F, R; napravo jsou stěny D, B, L; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com	20
Obrázek 4.1: Ukázka některých hlavolamů podobných Rubikově kostce. Obrázek pochází z webu www.wallpaperflare.com	28
Obrázek 5.1: Ilustrace k metodě RPS podle kroku R separace. Šedá barva naznačuje orientaci hran; vytvořeno autorem práce ve visualcubeplus.com	36
Tabulka 3.1: Proměny orientací hran v závislosti na pozici hrany ve slice vrstvách; tabulka vytvořena autorem práce.....	21