
STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

Charakteristika dosvitu gama záblesku GRB210306A

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

Charakteristika dosvitu gama záblesku GRB210306A Characteristics of gamma ray burst GRB210306A afterglow

Autoři: Jakub Hadač

Škola: Gymnázium Václava Hlavatého, Louny, Poděbradova 661, příspěvková organizace

Kraj: Ústecký kraj

Konzultant: Mgr. Martin Jelínek, PhD.

Louny 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval samostatně a použil jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V dne

Poděkování

Na tomto místě bych velice rád poděkoval především svému konzultantovi, vedoucímu Skupiny astrofyziky vysokých energií Astronomického ústavu Akademie věd České republiky v Ondřejově, Mgr. Martinu Jelínkovi, PhD. za ochotu, trpělivost a odhodlání, které projevoval při korekcí mých chyb v průběhu tvoření této práce. Jeho pracovní nasazení ulehčovalo překonání mnoha úskalí při sestavování předkládaného textu. Dále bych chtěl poděkovat RNDr. Janu Štroblovi, PhD., za vyjádřenou podporu při psaní práce. V neposlední řadě děkuji oběma svým učitelům fyziky, Mgr. Drahomíru Zrůstovi a Mgr. Jiřímu Studničkovi, za podporu vyjádřenou v průběhu hodin fyziky. A konečně bych rád poděkoval svým přátelům Michaelovi, Matějovi, Jakubovi a Josefovi za technickou podporu spojenou s náležitostmi soutěže SOČ.

Anotace

Tato práce popisuje a interpretuje světelné křivky optického a rentgenového dosvitu gama záblesku GRB210306A sestavenou na základě navrženého modelu jehož parametry byly získány pomocí numerické optimalizace. Nalezená matematická funkce popisuje data získaná z veřejně dostupných zdrojů a data robotických dalekohledu skupiny Astrofyziky vysokých energií AsÚ AV ČR. Práce si dále klade za cíl interpretovat informace získané nalezením světelné křivky a popsat tak fyzikální jevy doprovázející gama záblesk GRB210306A.

Klíčová slova

gama záblesk, dosvit, modelování světelné křivky, numerická optimalizace, fotometrie, GRB210306A

Annotation

This work describes and interprets the optical and X-Ray light curve of GRB210306A afterglow that was evaluated based on proposed model, whose parameters were obtained using numerical optimization process. Derived mathematical function describes data obtained from publicly available sources and data from robotic telescopes operated by the High energy astrophysics section of the AsI CAS. The work further aims to interpret the information from the derived light curve and to describe the physical phenomena accompanying a gamma ray burst GRB210306A.

Keywords

gamma ray burst, afterglow, lightcurve modelling, numeric optimization, photometry, GRB210306A

Obsah

Prohlášení	1
Poděkování	2
Anotace	3
Klíčová slova	3
Úvod	6
1 Obecná charakteristika gama záblesků	7
1.1 Detekce	7
1.1.1 Detekce dosvitů	8
1.2 Rozdělení	8
1.2.1 Krátké gama záblesky (sGRB)	8
1.2.2 Dlouhé gama záblesky	9
1.2.3 Tidal disruption event	9
1.2.4 Soft gamma repeater	10
1.2.5 Střední záblesky	10
2 Pozorování	11
2.1 Emise gama záření	11
2.2 Dosvit	12
3 Fyzikální interpretace	15
3.1 Výskyt a původ	15
3.2 Emise záření gama	15
3.2.1 Relativistická ohnivá koule	15
3.3 Dosvit	16
3.3.1 Relativistická rázová vlna	16
3.3.2 Spektrum	16
3.3.3 Zpětný šok	17
3.3.4 <i>Jet break</i>	17
4 Numerické modelování	18
4.1 Základní statistické metody	18
4.2 Metoda nejmenších čtverců	18
4.3 Delinearizace	18
4.4 Tvorba modelu	19
4.5 Programování	21
5 Analýza záblesku GRB210306A	24
5.1 Základní informace	24
5.2 Použitá data	24
5.3 Výsledky	25
5.3.1 Optický dosvit	25
5.3.2 Rentgenový dosvit	26
5.3.3 Spektrální index β	28
6 Diskuze	30
7 Závěr	32

8	Dodatky	33
8.1	Relativistická aberace světla	33
8.2	Synchrotronní záření	34
8.3	Inverzní Comptonův rozptyl	36
8.4	ad Relativistická ohnivá koule	36
8.5	ad Relativistická rázová vlna	38
8.6	ad Spektrum dosvitu	39
8.7	ad Metoda nejmenších čtverců	40
8.8	Získání chyb optimalizace	41
	Seznam obrázků	43
	Seznam tabulek	44
	Reference	45
9	Přílohy	50

Úvod

Nejvzdálenějším a nejenergetičtější objektem, který byl kdy spatřen lidským okem byl optický dosvit záblesku gama. Gama záblesky (GRB) jsou nejenergetičtější známé události pozorovatelné ve vesmíru. V jejich průběhu se za několik desítek až stovek sekund uvolní energie 10^{44} J srovnatelná s klidovou hmotností Jupiteru. Odpověď na otázku *jak* částečně přináší procesy popisované relativistickou fyzikou a kvantovou elektrodynamikou. Ucelený popis tohoto jevu ale na své pochopení stále čeká.

V této práci se nejprve zabýváme popisem obecných vlastností gama záblesků a krátkým historickým přehledem jejich výzkumu. Dále shrnujeme základní poznatky spojené s pozorováním záblesků v oblasti gama s pozorováním projevů v měkčích oborech spektra, tzv. dosvitu, a zevrubně popisujeme některé fyzikální principy související s těmito jevy.

Mimo to práce obsahuje část věnovanou numerické optimalizaci a teorii chyb, jejichž znalost je klíčová k posouzení validity konkrétní fyzikální interpretace. Praktická část práce se pak zaměřuje na hledání optimální matematické funkce, která by nejlépe vystihla dostupná měření dosvitu gama záblesku GRB210603A a pomohla je interpretovat. V závěru se věnujeme právě popisu možných fyzikálních jevů, které by mohly vysvětlit chování dosvitu pozorovaného záblesku.

Popis a porozumění fyzikálních procesů, které vedou ke gama zábleskům a jejich dosvitům, zatím trpí řadou nedostatků. Považuje se za prokázané, že dlouhé záblesky jsou vzácným projevem energetických supernov, při kterých vzniká v jádru kolabující hvězdy černá díra a dochází k vyvržení materiálu podél rotační osy objektu. V procesu je však řada nejasností, spojených např. se stabilitou výtrysku nebo možnou rolí dvojhvězd ve vzniku záblesků. Možnost nalezení závislosti mezi jasností a dalšími pozorovatelnými parametry záblesku by mohla znamenat revoluci v určování kosmologických vzdáleností. Právě gama záblesky proto mohou mít důležitou roli při rozvoji kosmologie a poznávání raných fází vývoje vesmíru.

1 Obecná charakteristika gama záblesků

Gama záblesky jsou energeticky nejsilnější pozorované jevy ve vesmíru [Gehrels – Mészáros, 2012]. V průběhu jednotek až stovek sekund se uvolní řádově 10^{51} erg¹, podobná energie se uvolňuje při výbuchu supernovy, ale exploze trvá mnohem delší dobu [Gehrels – Mészáros, 2012]. Svítivost gama záblesku 10⁶krát převyšuje supernovu. Maximum spektrální hustoty intenzity záření záblesků se nachází v oboru záření gama mezi 100 keV a 1 MeV [Gehrels – Mészáros, 2012]. Emise v gama záření doprovází emise méně energetického elektromagnetického záření, tzv. dosvit [Piran, 2005]. Ten se projevuje v rentgenové, ultrafialové, optické a rádiové oblasti spektra [Piran et al., 1998; Piran, 2005; Pawan Kumar, 2015]. V této práci se budeme dále zabývat především optickými a rentgenovými dosvity gama záblesků a jejich spojitostmi s vlastnostmi samotného záblesku a okolním prostředím.



Obrázek 1: Umělecká představa gama záblesku. Kredit: NASA - HST.

1.1 Detekce

Gama záblesky byly poprvé zaznamenány sítí družic Vela v roce 1967. Primárním účelem projektu Vela byla detekce jaderných výbuchů na Zemi. Satelity měly dohlížet na dodržování zákazu provádění testů jaderných zbraní v atmosféře² [Gehrels – Mészáros, 2012].

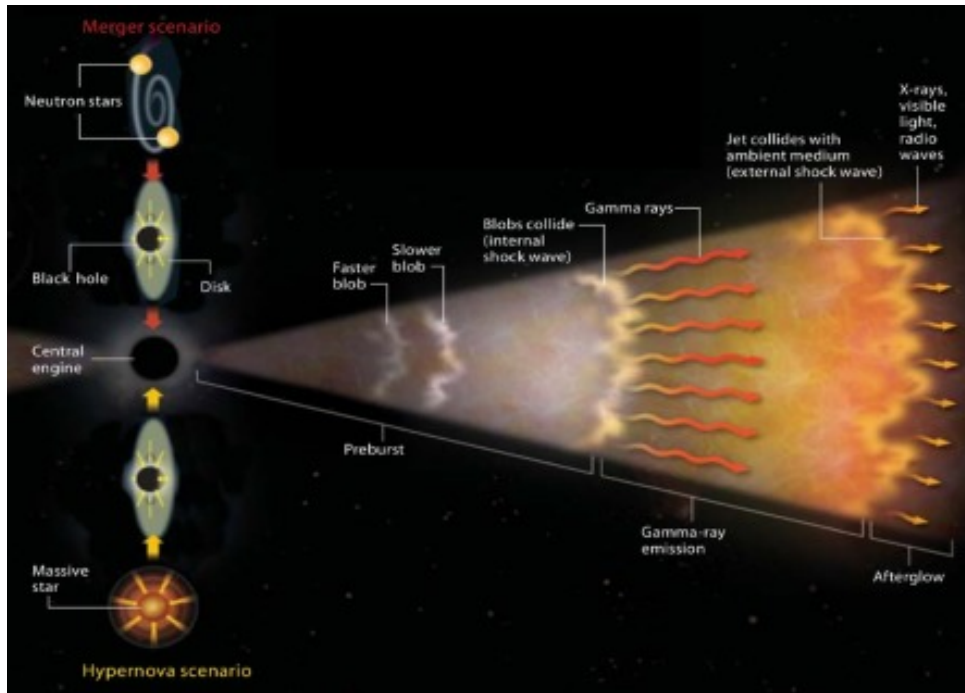
Detektory gama záření měly velmi špatnou rozlišovací schopnost, proto se po až do 90. let nepodařilo detekovat žádné protějšky záblesků. Velký pokrok přinesla družice CGRO (Compton Gamma Ray Observation) se svým přístrojem BATSE (Burst and Transient Source Experiment), který detekoval přes 2700 událostí a dokázal tak, že jsou na obloze izotropně rozloženy [Briggs et al., 1995].

V roce 2002 vypustila Evropská kosmická agentura družici INTEGRAL vybavenou spektrografem s vysokým rozlišením SPI a kamerou IBIS. Oba přístroje se vzájemně doplňují, SPI dodává kvalitní spektroskopická měření a IBIS polohu s přesností na 12 úhlových minut. [Gehrels – Mészáros, 2012]

Družice Swift vybavená širokoúhlovou kamerou (BAT) pro snímání vesmíru v tvrdé rentgenové oblasti zahájila svou činnost v roce 2004. Při detekci události automaticky zaměří objekt s přesností na 2 úhlové minuty a dále pořizuje data pomocí dalekohledů v rentgenové (XRT) a UV oblasti (UVOT). Hlavním

¹ 1 erg = 10^{-7} J

² Atmosféra Země brání prostupu elektromagnetického záření v oblasti gama, proto se všechny detektory musí nacházet mimo atmosféru, na palubě vesmírných družic. Vysokoenergetické gama fotony při svém zániku v atmosféře produkují spršky částic a Čerenkovovo záření [Vernetto, 2000]. Obojí je možné pozorovat z povrchu Země. Dokonce už bylo takto pozorováno i záření záblesku gama [Bertou – Allard, 2005]. Z hlediska objevů a lokalizace nových záblesků tato technika ovšem nemá význam, jednak jsou tato zařízení citlivá především na fotony velmi vysokých energií, kterých je ve spektru záblesků málo, a jednak mají velmi úzké zorné pole.



Obrázek 2: Schématický obrázek popisující jevy provázející záblesk. Převzato z [Piron, 2016]

cílem mise družice Swift je detekce co největšího množství gama záblesků, čemuž odpovídá i přístrojové vybavení. Nejzajímavějším objevem družice Swift je struktura křivky dosvitu záblesku. [Burrows et al., 2005]

Nejmodernější gama observatoří je družice Fermi americké agentury NASA. K určení polohy události s přesností na 5° slouží specializované zařízení GBM. Rozpoznává události pomocí scintilačních detektorů operujících na energiích od 8 keV do 40 MeV. GBM také pořizuje spektra gama záblesků. Na řádově vyšších energiích od 20 MeV do 300 GeV pracuje dvojice dalekohledů LAT, které pořizují spektra a určují polohu s přesností na 1° [Meegan et al., 2009]. Zatímco GBM zaznamená přibližně 250 událostí ročně, dalekohledy LAT pouze 8. Důležitou detekcí se stal záblesk GRB170817A, ke kterému našla observatoř LIGO protějšek v podobě gravitačních vln [Abbott et al., 2017].

1.1.1 Detekce dosvitů

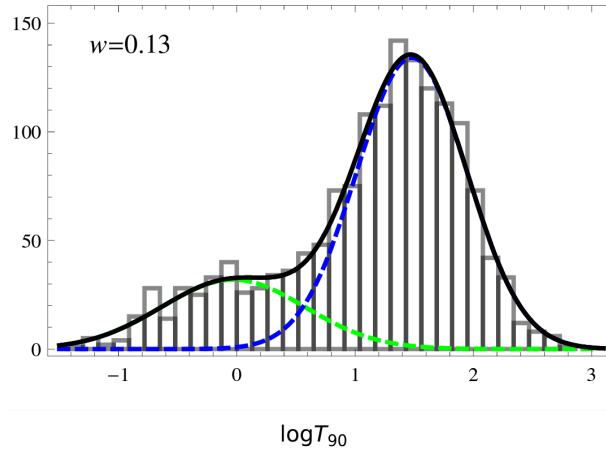
Existenci dosvitů gama záblesků byla teoreticky předpovězena ještě před jejich objevením [Mészáros – Rees, 1997]. Pozorování prvního dosvitu záblesku bylo hlavním cílem mise BeppoSAX. Získaná data umožnila detekci optických protějšků a změření rudého posuvu. Teprve tehdy se ukázalo, že gama záblesky pravděpodobně pocházejí ze vzdálených galaxií s rudým posuvem $z = 1-2$ a musí se jednat o jevy s obrovskou svítivostí [Piran, 1999].

1.2 Rozdělení

Již data z družice CGRO v 90. letech ukazovala, že gama záblesky můžeme dělit podle délky trvání na dvě skupiny [Kouveliotou et al., 1993]. Hranicí mezi krátkými a dlouhými záblesky jsou přibližně 2 s. Pro charakteristiku záblesku se používá parametr T_{90} , což je čas, za který je vyzářeno „prostředních“ 90 % energie záblesku [Pawan Kumar, 2015]. Existence více skupin záblesků podle délky trvání motivuje úvahy o odlišném původu těchto jevů.

1.2.1 Krátké gama záblesky (sGRB)

Krátké záblesky trvají zpravidla méně než 2 s. Jejich průměrná vzdálenost je menší než průměrná vzdálenost dlouhých záblesků. To ale, spíše než na reálný jev, pravděpodobně ukazuje na náročnost zachycení optického protějšku krátkého gama záblesku a následné určení vzdálenosti. Pravděpodobně



Obrázek 3: Rozložení času T_{90} záblesků pozorovaných družicí FERMI. Vykreslené křivky popisují bimodální rozložení. Převzato z [Tarnopolski, 2015]

vznikají při splynutí dvou neutronových hvězd, případně při splynutí neutronové hvězdy s černou dírou [Berger, 2014]. Tato souvislost byla prokázána v případě záblesku GRB170817A pomocí detektoru LIGO detekcí gravitační vlny GW170817 [Abbott et al., 2017]. Spojitost se splynutím neutronové hvězdy a černé díry naznačilo už pozorování záblesku GRB130603B [Lipunov et al., 2018]. Při splynutí dvou neutronových hvězd dochází ke kolapsu hmoty do černé díry a utvoření akrečního disku. Důsledkem rychlé akrece hmoty, která nezkolabovala do černé díry, může vést ke vzniku relativistického výtrysku a emisi gama záření [Berger, 2014]. V prostředí výtrysku podle modelů vznikají nestabilní izotopy těžkých prvků, což vede k jejich radioaktivnímu rozpadu [Rosswog, 2015].

Z hlediska fyzikálních vlastností je doba, která musí uběhnout, aby se dvě neutronové hvězdy sloučily do černé díry, srovnatelná se stářím vesmíru. Lze očekávat, že množství sGRBů s časem roste, ve vzdáleném vesmíru jich tedy bude méně. Naproti tomu dlouhé záblesky byly v raném vesmíru častější kvůli metalicitě³, která roste a jejich vzniku brání. Odlišnost od delších záblesků ale s jistotou najít můžeme, mnoho krátkých záblesků bylo pozorováno v oblastech s žádnou nebo zanedbatelnou tvorbou hvězd⁴, což vylučuje jejich spojitost s hmotnými hvězdami.

1.2.2 Dlouhé gama záblesky

Většina pozorovaných úkazů patří do této kategorie. Trvají zpravidla desítky až stovky sekund. Souvislost dlouhých gama záblesků (lGRB) a supernov se považuje za dobře prokázanou [Woosley – Bloom, 2006]. Jinými slovy - pro současnou astrofyziku je lGRB vzácná forma projevu supernovy (typu kolapsar do černé díry, tj. Ib/c). Krátké pulzy ve světelné křivce v gama oboru mají zpožděné maximum v měkčích energiích (tzv. *lag*), což krátké záblesky nemají. Celková energie je větší. Bývají vázané na galaxie s aktivní tvorbou hvězd (Typická gal. je malá nepravidelná formátu LMC, vyskytují se i ve spirálních, ale jen v místech intenzivní tvorby hvězd.) Právě v takových oblastech se nacházejí velmi hmotné hvězdy s krátkou životností, jež skončí svůj vývoj jako supernovy typu Ib/c. U některých dosvitů se dá ukázat, že se rozpínaly do prostředí hvězdného větru. Metalicita bývá podle spektroskopických pozorování nízká, což potvrzuje modely hvězdného vývoje, které při vyšší metalicitě nevedou ke GRB. Typickými původci jsou pravděpodobně WR hvězdy o hmotnostech $\sim 50 M_{\odot}$. [Piran, 2005]

1.2.3 Tidal disruption event

Vzácně může být i tzv. *tidal disruption event (TDE)*, při této události se hvězda dostane do blízkosti masivní černé díry a je roztrhána slapovými silami nebo přímo pohlcena. K roztrhání dochází jen pokud se hvězda ještě nachází před horizontem událostí [Gezari, 2021]. Materiál z hvězdy tak utvoří akreční disk a za emise elektromagnetického záření postupně padá na černou díru. K těmto událostem dochází

³Metalicita popisuje zastoupení prvků těžších než vodík a helium.

⁴Například v centru galaktické kupy

řádově jednou za $10^4 - 10^5$ let v galaxii [Gezari, 2021]. Jedná se tak o relativně vzácné úkazy. Emise způsobená TDE má podobný charakter jako gama záblesky, ale může trvat i měsíce, tedy výrazně déle než charakteristický záblesk [Gezari, 2021].

1.2.4 Soft gamma repeater

Jako *soft gamma repeater* (SGR) označujeme mladé neutronové hvězdy objevené díky opakovaným zábleskům v rentgenové nebo gama oblasti spektra. Všechny SGR se nacházejí v rovině Galaxie nebo ve Velkém Magellanově mračně. Jejich výzkum poukazuje na přítomnost velmi silných magnetických polí o intenzitě $10^{14} - 10^{15}$ G, takové neutronové hvězdy pak nazýváme magnetary. SGR mohou být zdroji části krátkých gama záblesků, které pozorujeme v malých vzdálenostech. [Thompson, 2001]

1.2.5 Střední záblesky

Existence středně dlouhých záblesků nebyla jednoznačně prokázána. Jevy, které náležejí do této kategorie, mají trvat typicky mezi 2 až 10 s [Mészáros, 2019]. Analýza dat z družic BATSE a Swift ukazuje s vyšší pravděpodobností na přítomnost tří kategorií záblesků [Horváth et al., 2010; Veres et al., 2010]. Na druhou stranu v datech družice Fermi tato kategorie prokázána nebyla [Tarnopolski, 2015]. Zůstává otevřenou otázkou, jestli jsou tripolární statistická rozložení jen artefaktem v datech nebo mají reálný základ. Spolehlivá fyzikální interpretace těchto jevů nebyla dosud navržena.

2 Pozorování

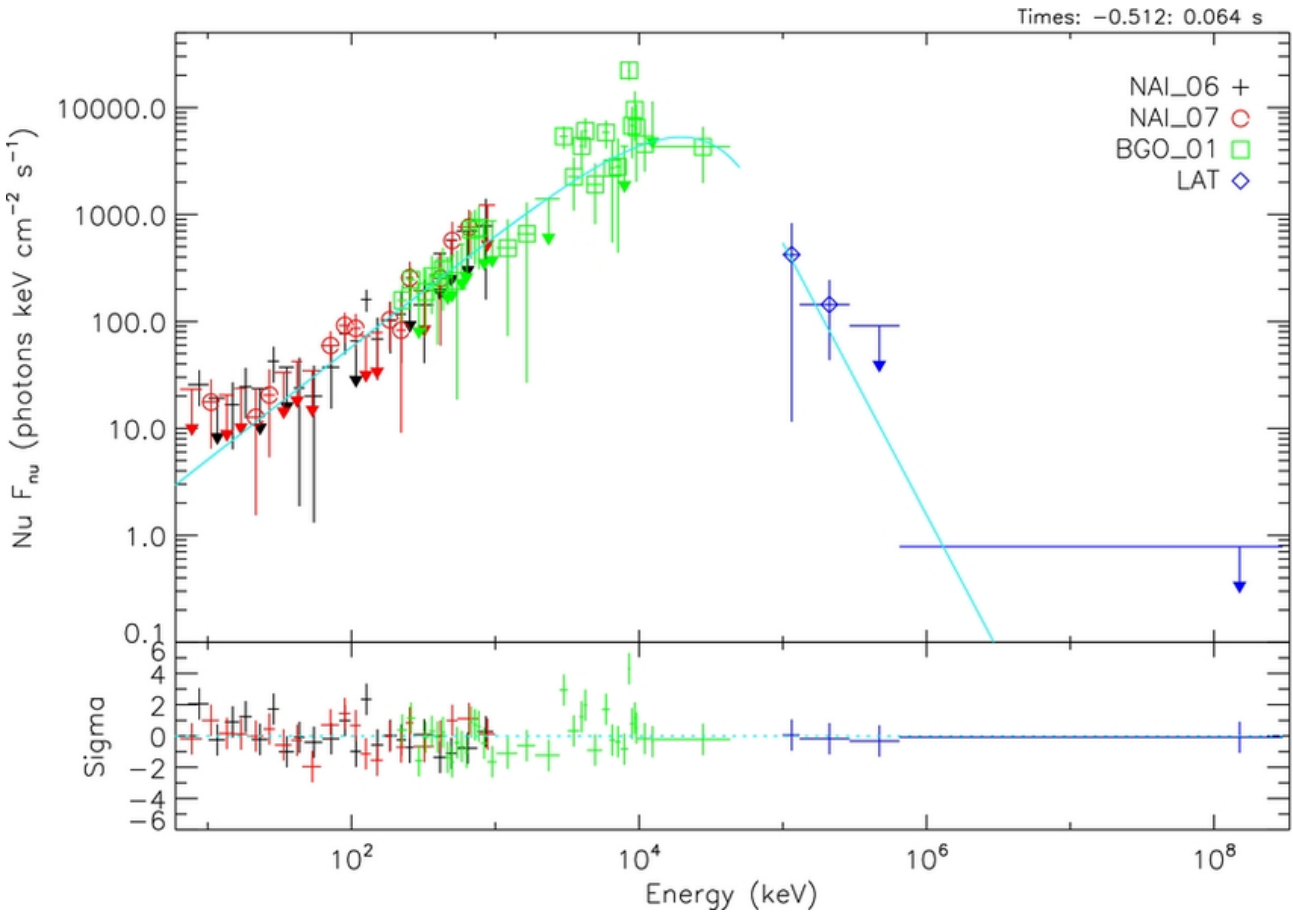
Při pozorování gama záblesku sledujeme dva odlišné, ale do velké míry propojené jevy - vlastní emisi a dosvit [Paradijs et al., 2000]. K vlastní emisi dochází v centru kolabujícího tělesa, zatímco dosvit je vyvolán interakcí vzniknuvší rázové vlny s okolním prostředím. První fáze rentgenového a vzácně i optického dosvitu může vznikat už při vlastní emisi, což se projevuje v raných fázích rentgenových a optických světelných křivek. [Piran, 2005]

2.1 Emise gama záření

Spektrum Spektrum gama záblesku je netepelné [Pe'er – Waxman, 2004] a odpovídá mocninné závislosti na frekvenci [Pawan Kumar, 2015; Piran, 2005]. Velmi úspěšně vystihuje spektra Bandova funkce, pojmenována po svém objeviteli Davidu Bandovi [Band et al., 1993].

$$N(\nu) = \begin{cases} (h\nu)^\alpha e^{-h\nu/E_0} & \text{pro } h\nu < (\alpha - \beta)E_0; \\ [(\alpha - \beta)E_0]^{(\alpha-\beta)} (h\nu)^\beta e^{(\beta-\alpha)} & \text{pro } h\nu > (\alpha - \beta)E_0 \end{cases} \quad (1)$$

Popisuje dvě mocninné funkce hladce spojené v bodě $(\alpha - \beta)E_0$. Tento bod budeme nazývat *energie*

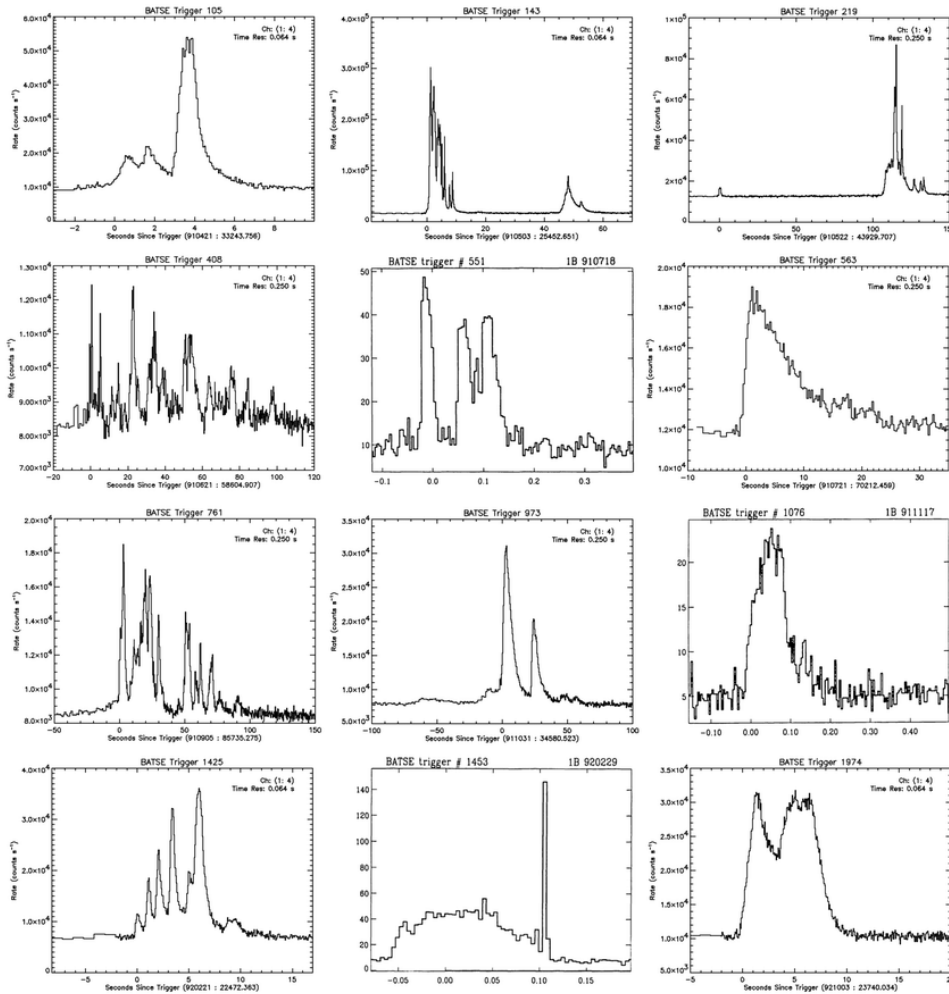


Obrázek 4: Bandova funkce popisující spektrum gama emise záblesku GRB110721A. Převzato z Lu et al. [2012]

zlomů. Koeficienty α, β a E_0 nenabývají žádných charakteristických hodnot, jsou různé pro každý záblesk. Pro většinu pozorovaných úkazů však platí $\beta = -2$, tedy energii zlomu lze psát jako $E_p = (\alpha + 2)E_0$. Řádově se pohybuje od 50 keV do několika MeV [Bošnjak et al., 2014]. Zajímavou skupinu tvoří záblesky NHE (*No High Energy*), u kterých chybí emise záření o energii vyšší než 300 keV [Paczynski, 1999]. V Bandově funkci se to projeví velkou zápornou hodnotou koeficientu β .

Časový průběh V některých případech je před samotným zábleskem detekován tzv. *prekurzor* [Li – Mao, 2022], jde o slabší emisi s měkčím spektrem, jejíž vlastnosti se někdy podobají samotnému záblesku [Pawan Kumar, 2015]. Analýza z roku 1995 ukázala, že prekurzory se vyskytují u 3 % událostí [Koshut et al., 1995], zatímco studie z roku 2009 na vzorku 2704 záblesků našla prekurzor u 12 % [Burlon et al., 2009].

Samotný záblesk záření gama trvá řádově $10^{-3} - 10^3$ s, podle typu záblesku [Gehrels – Mészáros, 2012]. Každá událost má charakteristický průběh [Piran, 2005]. U většiny záblesků se intenzita přicházejícího záření se v čase rychle mění, někdy i v řádu milisekund. Celý záblesk se skládá z jednotlivých krátkých pulsů, které dohromady tvoří světelnou křivku⁵. Jednotlivé pulzy mají několik společných vlastností. Vykazují FRED *Fast Rise Exponential Decay* chování (Obrázek 5) [Daigne – Mochkovitch, 1998]. Přicházející záření má v čase stále měkčí spektrum, z čehož lze usoudit, že emise méně energetického záření je vůči tvrdšímu zpožděná [Piran, 2005].



Obrázek 5: Ukázka světelných křivek vlastní emise v oboru gama z přístroje BATSE. Převzato z [Ripa, 2011]

2.2 Dosvit

I přes značné úsilí se do konce devadesátých let nepodařilo nalézt protějšky záblesků gama ze Země ani z vesmíru. Satelit BeppoSAX byl první, který kombinoval schopnost detekovat záblesky gama širokoúhlým gama detektorem a zaměřit se na lokalizaci rentgenovým dalekohledem s užším zorným polem, vypuštěn byl r. 1997 a velmi rychle se ukázala správnost takovéto pozorovací strategie. 28. února 1997 detekoval BeppoSAX poprvé rentgenový protějšek gama záblesku [Van Paradijs et al., 1997]. Přesná

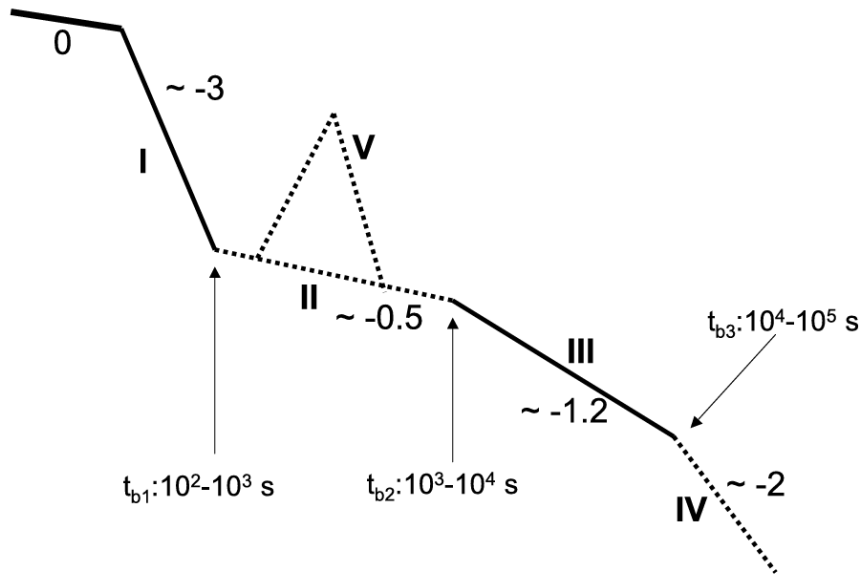
⁵Závislost intenzity záření v čase

lokalizace události rentgenovým dalekohledem vedla v zápětí i k objevu optického protějšku pomocí pozemských dalekohledů. O několik měsíců později byl objeven i rádiový protějšek gama záblesku [Frail et al., 1997]. Dosvity byly pozorovány typicky několik hodin po detekci v oblasti gama [Piran, 2005]. S příchodem družice Swift se reakční čas zkrátil pod 1 minutu [Burrows et al., 2005]. Pro modelování závislosti intenzity záření na frekvenci ν v čase t se v drtivé většině případů používá mocninný pokles s koeficienty α a β

$$f_\nu(t) \propto \nu^{-\beta} t^{-\alpha}. \quad (2)$$

Rentgenový dosvit Rentgenový dosvit přichází jako první a nejsilnější, ale nejkratší signál. Analýzou dat z družice Swift bylo zjištěno, že typická rentgenová světelná křivka se dá rozdělit do pěti elementárních částí (Obrázek 6) [Nousek et al., 2006; Pawan Kumar, 2015].

Jeho první fáze probíhá souběžně se zábleskem v oboru gama, dochází k rychlému poklesu intenzity v čase ($\alpha \sim 2$). Ve druhé fázi se rychlost poklesu zpomalí až zastaví ($\alpha \sim 0,5$). Rentgenové záření již nesouvisí s vlastní emisí v gamě, ale je vyvoláno interakcí s okolní látkou. Během této fáze je do šířící se rázové vlny kontinuálně dodávána energie. Následuje fáze *normálního poklesu* ($\alpha \sim 1$), emise je způsobena interakcí rázové vlny s okolím. Konečně ve čtvrté fázi dochází k rychlému poklesu ($\alpha \sim 2$) v důsledku *jet breaku*. Pátá fáze se může vyskytnout kdekoliv na světelné křivce, jedná se o *vzplanutí*, které má vlastnosti vlastní emise. Rentgenová *vzplanutí* souvisí s aktivitami uvnitř kolabujícího tělesa [Chincarini et al., 2010]. Jiné studie navrhují, že typický tvar rentgenové světelné křivky by mohl vzniknout složením příspěvku vlastní emise a samotného dosvitu (interakce s okolím) [O'Brien et al., 2006]. Energie vyzářená ve formě rentgenového dosvitu souvisí s otevíracím úhlem jetu a zpravidla odpovídá několika procentům celkové energie záblesku [Piran, 2005].



Obrázek 6: Kanonická světelná křivka rentgenového dosvitu. Převzato z Zhang et al. [2006]

Záblesky s detekovanými optickými protějšky mají průměrně 5krát silnější rentgenový dosvit než záblesky bez detekovaného protějšku [Piran, 2005].

Optický a infračervený dosvit Intenzita optického dosvitu klesá s časem podle vztahu (2). Typicky $\alpha \sim 1, 2$, ale hodnoty u světelných křivek s achromatickým zlomem se mohou odchýlit až k $\alpha \sim 2$. Parametry achromatického zlomu mohou pomoci k určení vlastností ultrarelativistických výtrysků (jetů). Světelné křivky optického záblesku mohou být relativně komplexní [Gendre et al., 2009]. V rané fázi je může ovlivňovat emise způsobená zpětným šokem [Uhm – Beloborodov, 2007], případně dozínající aktivitou centrálního tělesa [Pawan Kumar, 2015]. Změny koeficientu α může způsobit magnetizace výtrysků, přítomnost neutronů v jetu nebo prostá změna profilu hustoty okolního prostředí [Gendre et al.,

2009]. Podobně jako v případě rentgenového dosvitu může v závěrečné fázi světelné křivky docházet k *jet breaku* [Pawan Kumar, 2015].

Spektrum dosvitu je absorpční, protože synchrotronní emisní spektrum cestou z mateřské galaxie k pozorovateli prochází prostředím, kde může docházet k absorpci. Pozorování optických a infračervených dosvitů často umožňuje identifikaci mateřské galaxie, ve které k události došlo [Gehrels – Mészáros, 2012]. Měřením červeného posuvu lze získat informace o vlastnostech tohoto objektu. Pro studium gama záblesku je nejdůležitější jeho vzdálenost. Optický protějšek je pozorovatelný týdny až měsíce po události, konstrukci světelné křivky samotného optického protějšku může komplikovat zeslabení na jasnost podobnou mateřské galaxii. Bez korekce o její jasnost vzniká na světelné křivce rovný úsek způsobený příspěvkem galaxie.

Rádiový dosvit Většina pozorování je prováděna na frekvenci 8 Ghz, rádiový dosvit přichází přibližně den po záblesku [Piran, 2005]. Detekce silných fluktuací v intenzitě radiového dosvitu vedlo k přímému důkazu relativistické expanze u záblesku GRB970508 [Frail et al., 1997].

3 Fyzikální interpretace

Tato kapitola slouží k představení základních fyzikálních principů, které stojí za vznikem gama záblesku. Následující odstavce popisují pouze závěry vycházející z relativně komplexních fyzikálních modelů, jež dále rozebíráme v dodatcích (Kapitola 8).

3.1 Výskyt a původ

Detekce gama záblesků jsou na nebi izotropně rozloženy, jejich vzdálenosti jsou často kosmologické ($z > 1$) a jejich prostorové rozmístění je také izotropní [Briggs et al., 1995].⁶

Výskyt Průměrný rudý posuv mateřských galaxií je $z = 0,96$ [Savaglio et al., 2009]. Mateřské galaxie mají všeobecně tvrdší spektrum, dochází v nich k intenzivnější formaci hvězd a dále se vyznačují podprůměrnou metalicitou (zhruba 1/6 sluneční ze vzorku 17 galaxií) [Savaglio et al., 2009]. Charakterizace mateřských galaxií je velmi důležitá pro pochopení spojitosti záblesků s oblastmi tvorby hvězd, případně k detekci oblastí s intenzivní tvorbou hvězd v kosmologických vzdálenostech.

Nalezení vztahu mezi vzdáleností a zdánlivou jasností určitého typu gama záblesků by mohlo pomoci k měření kosmologických vzdáleností, podobně jako supernovy typu Ia (tzv. standardní svíčky) [Branch – Tammann, 1992]. Ukazuje se, že u specifické skupiny záblesků existuje korelace mezi maximální hodnotou specifické energie $E_{max}(\nu) = \nu F(\nu)$, kde $F(\nu)$ je specifický zářivý tok [Ghirlanda et al., 2004]. U gama záblesků ale na rozdíl od supernov typu Ia nedokážeme přesně určit jejich absolutní jasnost, dokážeme ji jen měřit na základě zdánlivé jasnosti a vzdálenosti. Vzhledem ke vzdálenostem těchto jevů musíme při výpočtech absolutní jasnosti uvažovat kosmologické efekty s neznámými parametry [Ghirlanda et al., 2004].

Původ Souvislost gama záblesků a kataklyzmatických hvězdných událostí je považována za prokázanou. Spojení dlouhých záblesků s oblastmi překotné tvorby hvězd naznačovala asociaci se supernovami, což bylo prokázáno pozorováním záblesku GRB980425 současně se supernovou SN98bw typu Ib/c [Galama et al., 1999]. V mnoha dalších případech došlo ke zjasnění optického protějšku několik týdnů po samotném záblesku především v červené části spektra. Podobné chování bylo dříve pozorováno právě u supernovy SN98bw. Další přímé spojení se supernovou bylo pozorováno u GRB030329 a SN2003dh [Mazzali et al., 2003]. Ne každá supernova se stane původcem gama záblesku. Statisticky každá 10^4 – 10^6 je doprovázena detekovatelným zábleskem, odhady se ale liší [Piran, 2005]. Závěry statistiky v tomto případě nemusí souviset se skutečnou četností, supernovy by mohly být doprovázeny slabšími záblesky, které nedokážeme detekovat. Tuto hypotézu podpořilo pozorování slabého rentgenového záblesku spolu s relativně blízkou supernovou SN2008D.

Při kolapsu jádra hvězdy o hmotnosti $\langle 10; 28 \rangle M_{\odot}$ dochází ke vzniku neutronové hvězdy, při hmotnostech vyšších než $28 M_{\odot}$ se jádro hroutí do černé díry. Okolní hmota kolem hmotného tělesa utvoří akreční disk a padá na těleso, což vede ke vzniku bipolárních jetů, které proráží okolní hvězdnou obálku.

3.2 Emise záření gama

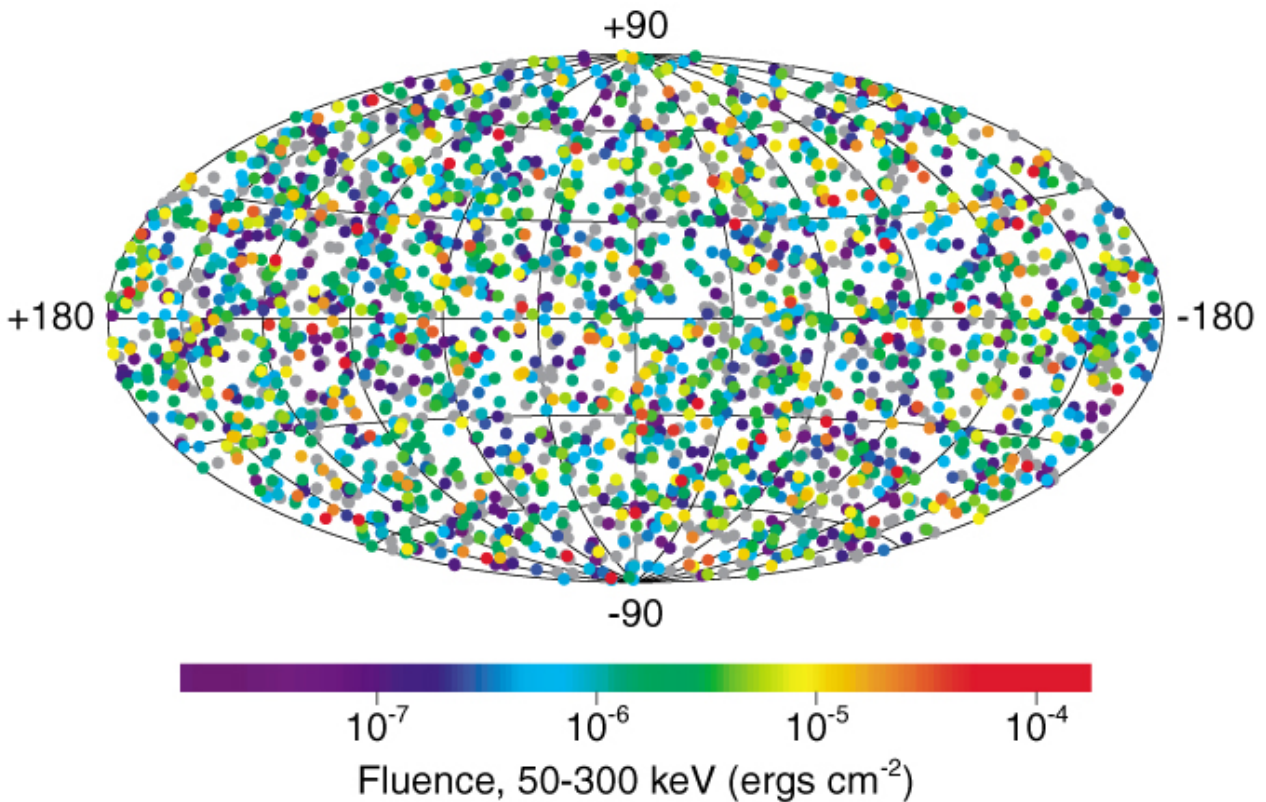
K emisi gama fotonů může docházet uvnitř i vně kolabujícího tělesa [Rees – Mészáros, 1992; Mészáros, 1995]. Často pozorovaný proměnlivý průběh světelné křivky (Obrázek 5) ale spolehlivěji vysvětlují interakce uvnitř tělesa [Mészáros, 1995]. Detailní popis tohoto děje je stále nevyřešená otázka, nejčastěji se však k vysvětlení jeho vzniku používá model relativistické ohnivé koule Pawan Kumar [2015].

3.2.1 Relativistická ohnivá koule

Tento model uvažuje ohnivou kouli složenou z protonů, neutronů, elektron-pozitronových párů a fotonů v tepelné rovnováze [Paczynski, 1986]. Těsně po zformování ohnivé koule je energie záření řádově

⁶Attila Mészáros se studentů ptával: *Je tohle rozdělení izotropní? a ukazoval oblíbené obrázky rozdělení záblesků z BATSE (např. (Obrázek 7)). Odpověď je ovšem, že není, protože ani experiment BATSE (kde byla snaha takové věci co nejvíce omezit) neměl v důsledku orbitální mechaniky úplně rovnoměrné pokrytí oblohy.*

2704 BATSE Gamma-Ray Bursts



Obrázek 7: Rozložení pozorovaných gama záblesků na obloze Kredit: NASA/Marshall Space Flight Center/Space Sciences Laboratory

10^2 krát vyšší než klidová energie baryonů, což při postupném rozpínání systému vede k urychlení baryonů na relativistické rychlosti. Koule se tak šíří vnitřkem objektu, ve kterém vzniká, a energie záření se mění na kinetickou energii šířící se vlny (baryonů). Podle tohoto modelu přispívají k emisi dva mechanismy. Část energie je přímo vyzářena skrze fotosféru ve formě gama záření [Rees – Mészáros, 1992] a část ve formě kinetické energie expandující ohnivé koule urychluje elektrony, které září díky inverznímu Comptonovu rozptylu a synchrotronní emisi [Pawan Kumar, 2015].

3.3 Dosvit

Interakcí expandujícího materiálu s cirkumstelárním mediem dochází k předávání kinetické energie a jeho zpomalování, přitom dochází k vyzařování, které můžeme pozorovat jako tzv. dosvit [MacFadyen – Woosley, 1999]. Světelná křivka dosvitu je na rozdíl od vlastní emise stabilní, lze ji dobře popsat pomocí na sebe navazujících mocninných poklesů (2).

3.3.1 Relativistická rázová vlna

Teoreticky popsali interakce ultrarelativisticky expandující obálky a okolního prostředí Blandford a McKee v roce 1976 při řešení podobného problému, ale u aktivních galaktických jader [Blandford – McKee, 1976]. Ukázalo se, že tento model spolehlivě popisuje i dosvity gama záblesků.

3.3.2 Spektrum

Spektrum dosvitu gama záblesku můžeme popsat pomocí na sebe navazujících mocninných poklesů, které jsou rozděleny třemi charakteristickými zlomovými frekvencemi (Kapitola 8.2). Přesněji ho cha-

rakterizují pozice maximální intenzity specifického toku $F_{\nu,max}$ a frekvence ν_m (typická synchrotronová frekvence odpovídající minimálnímu Lorentzovu faktoru γ_m , frekvence ν_c (frekvence chladnutí) a frekvence ν_a (absorpční frekvence)⁷. Prakticky u všech pozorovaných záblesků je ν_a nejnižší ze tří zmíněných [Sari et al., 1998]. Rozlišujeme tak dvě skupiny dosvitů, pomalu chladnoucí, kde $\nu_m < \nu_c$ a rychle chladnoucí, kde $\nu_m > \nu_c$.

3.3.3 Zpětný šok

Relativistická rázová vlna interagující s okolním prostředím spolehlivě popisuje chování dosvitu, jsou ale situace, například náhlá zjasnění v optickém nebo radiovém oboru odehrávající se krátce po samotném záblesku, která vysvětlit nedokáže. Proto byl po pozorování náhlého zjasnění v optickém oboru v dosvitu gama záblesku GRB990123 navržen koncept tzv. Zpětný šok [Mészáros – Rees, 1999], což je rázová vlna probíhající materiálem vyvrženým z centrálního tělesa - tedy samotných jetů. Fyzikální popis tohoto jevu je nad rámec předkládané práce, ale lze ho nalézt například v [Piran et al., 1995].

3.3.4 Jet break

Uvažujme ultrarelativistický výtrysk hmoty pohybující se rychlostí v v kuželu s vrcholovým úhlem θ_0 . Emise fotonů z čela tohoto jetu, jehož rychlosti odpovídá Lorentzův faktor Γ_0 bude pozorovatelná jen v úzkém kuželu o vrcholovém úhlu $1/\Gamma_0$ s osou ve směru rychlosti v . Předpokládejme, že $\theta_0 > 1/\Gamma_0$, tedy pozorovatel uvidí jen část emitovaného světla, omezenou relativistickou aberací. Jet bude ale při průchodu okolním prostředím ztrácet svou kinetickou energii až jeho Lorentzův faktor Γ dosáhne hodnoty $\Gamma_b = 1/\theta_0$. Od tohoto nebude snižující se faktor Γ kompenzován stále větší pozorovatelnou plochou čela jetu. Na světelné křivce se projevuje poklesem s koeficientem $\alpha \sim 2$.

⁷Popis synchrotronní emise a podstata vzniku těchto zlomových frekvencí jsou k dispozici v kapitole 8.2

4 Numerické modelování

Hlavním cílem této práce je modelování světelné křivky dosvitu gama záblesku. Tato kapitola popisuje aparát, který byl použit při hledání matematické funkce nejvíce odpovídající pozorování. Detaily spojené s hlubším popisem použitých metod a určováním nejistot optimalizačního procesu shrnují dodatky (Kapitoly 8.7 a 8.8).

4.1 Základní statistické metody

Mějme soubor naměřených dat $\{x_i; i \in \mathbb{N}, i \leq n\}$ o n prvcích. Jeho aritmetický průměr najdeme jako

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3)$$

Abychom vyjádřili, jak moc se jednotlivé hodnoty od průměru liší, zavádíme veličinu σ , kterou nazýváme směrodatná odchylka. Odchylka jednoho konkrétního měření je definována jako

$$\sigma_{x_i} := \sqrt{(x_i - \bar{x})^2}, \quad (4)$$

pro soubor dat pak nabývá tvaru

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5)$$

Z fyzikálního hlediska je důležité, že směrodatná odchylka má stejnou jednotku jako měřená veličina [Miller, 2006]. Poměrně přirozeně ze směrodatné odchylky odvodíme rozptyl, který odpovídá její druhé mocnině

$$S_x := \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (6)$$

Výhodou této interpretace chyby je zveličením váhy velkých chyb, které se projevují díky druhé mocnině. Jako alternativní metrika chyby se nabízí například absolutní hodnota z rovnice (5), která by ale při minimalizaci upřednostnila menší množství velkých odchylek před velkým množstvím odchylek vyrovnaných, což je nežádoucí [Miller, 2006].

4.2 Metoda nejmenších čtverců

V našem programu jsme využili metodu `scipy.optimize.least_squares()` k nalezení optimální matematické funkce, kterou popisujeme průběh jasnosti gama záblesku v čase. Tato metoda stojí na robustní statistické metodě nejmenších čtverců, dále (Kapitola 8.7).

4.3 Delinearizace

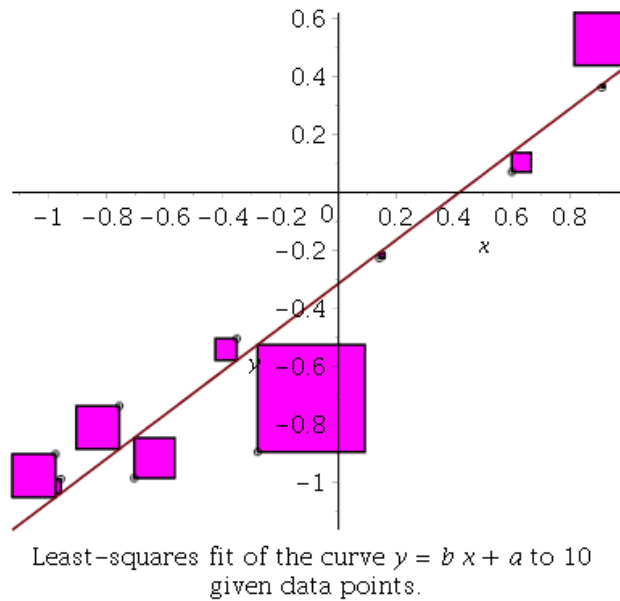
V případě našeho modelu (Kapitola 4.4) jsme použili komplexnější definici chyby fitu, než je uvedena v (65). Navrhovaná metrika chyby zohledňuje nejistotu měření datových bodů. Data s velkou mírou nejistoty Δy tak mají výrazně snížený vliv na výsledný fit. Využíváme funkci

$$res := \text{sgn} \sqrt{\ln \left(1 + \left(\frac{y_i - f(x_i, p)}{\Delta y_i} \right)^2 \right)}, \quad (7)$$

která je ve vztahu k chybě fitu podle

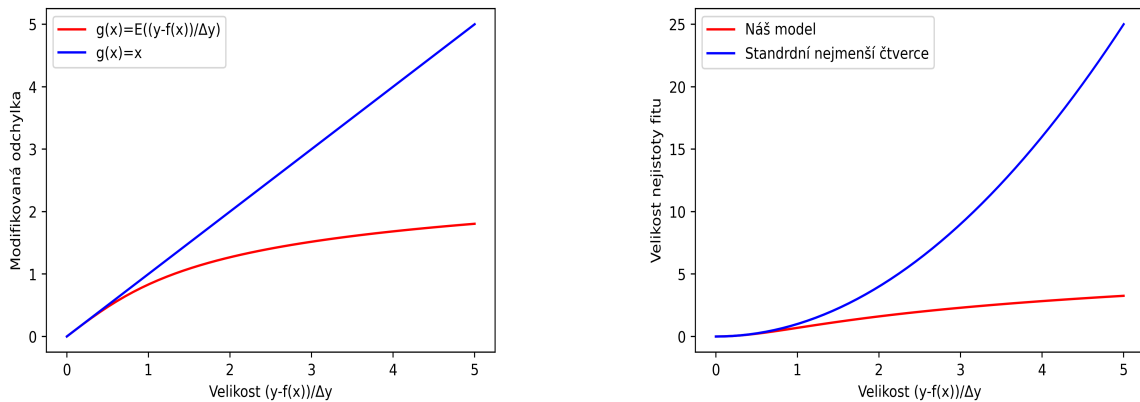
$$E(p) = \sum_{i=1}^n res^2. \quad (8)$$

Model zohledňuje fakt, že ve vstupních datech se vyskytují nedůvěryhodné hodnoty, proto pomocí logaritmu ruší standardní vlastnost optimalizace nejmenšími čtverci - malé množství velkých chyb



Obrázek 8: Metoda nejmenších čtverců se snaží numericky najít takovou funkci, která minimalizuje součet ploch všech růžových čtverců. Kredit: Maple soft

tento model upřednostňuje před několika přibližně stejnými. Funkce (7) se dále používá jako metrika tzv. modifikované odchylky.

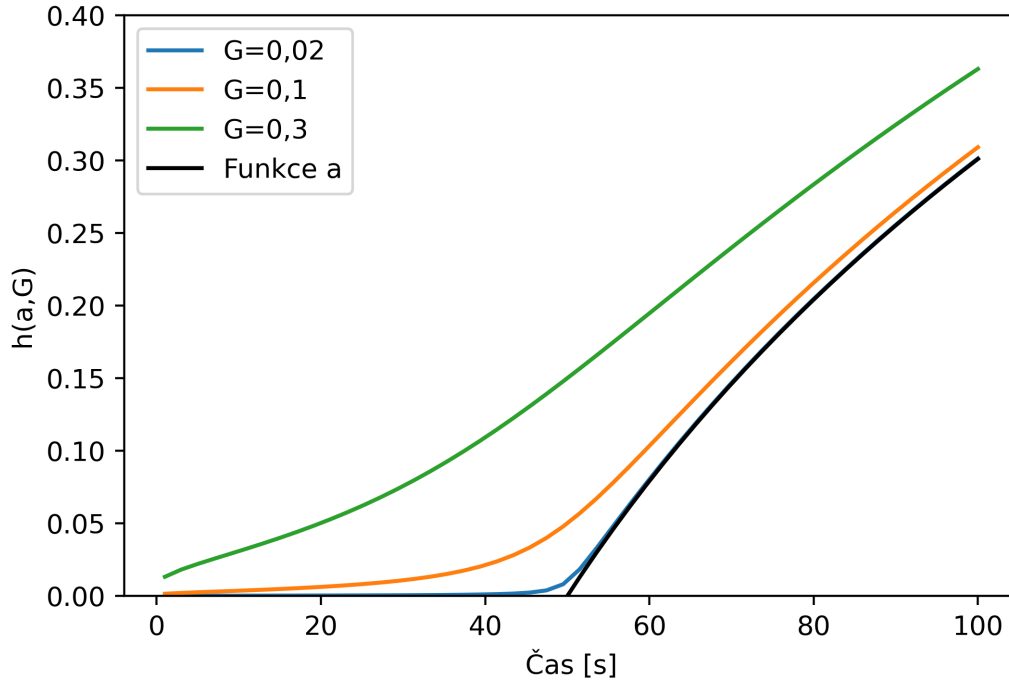


(a) Závislost modifikované odchylky na $(y - f(x))/\Delta y$ (b) Závislost velikosti chyby fitu na $(y - f(x))/\Delta y$

Obrázek 9: Srovnání modelů určování velikosti chyby fitu, modře standardní nejmenší čtverce, červeně delinearizovaný model použitý v naší práci.

4.4 Tvorba modelu

Cílem modelování bylo nalézt vhodné vysvětlení průběhu světelné křivky a spektrálního rozdělení gama záblesku. Z velké řady možností jsme při hledání optimálního modelu dospěli ke kombinaci zpětného a dopředného šoku. Zpětný šok je zodpovědný za počáteční rychlý pokles a standardní dopředná rázová vlna je zodpovědná za celé pokračování. Pro popis dostupných dat optického dosvitu gama



Obrázek 10: Ukázka funkcí h s různými parametry G , černě je vykreslena funkce a .

záblesku GRB210306A jsme dospěli k matematické funkci

$$\begin{aligned}
 m(t, \nu) = & m_0 + 2,5\alpha_1 \log\left(\frac{t}{T_{b1}}\right) + 2,5(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot h\left(\log\left(\frac{t}{T_{b1}}\right), G_1\right) + \\
 & + 2,5(\alpha_3 - \alpha_2) \cdot h\left(\log\left(\frac{t}{T_{b2}}\right), G_2\right) + 2,5(\alpha_4 - \alpha_3) \cdot h\left(\log\left(\frac{t}{T_{b3}}\right), G_3\right) + \\
 & + C_\nu,
 \end{aligned} \tag{9}$$

kde m_0 je jasnost v čase $t = 0$, parametry α popisují rychlost změny jasnosti v čase, parametry T_b označují místa, kde dochází k přechodu jedné rychlosti změny jasnosti na jinou, koeficient G popisuje rychlost přechodu z jedné rychlosti změny na jinou, tedy geometricky jde o zaoblení funkce v bodě zlomu a konečně C_ν je korekční člen, který upraví rozdíly vzniklé pozorováním v různých filtrech na filtr r' . Výsledná modelovaná světelná křivka tak popisuje chování v čase t ve filtru r' , ale jako vstupní parametr zde vystupuje frekvence, resp. filtr, aby mohlo dojít ke korekci právě na r' . Model využívá pomocnou funkci h , kterou definujeme jako

$$h(a, b) = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}. \tag{10}$$

Funkce h slouží k realizaci plynulých přechodů mezi jednotlivými koeficienty α . Její průběh eliminuje příspěvky členu, ve kterém se vyskytuje, dokud se dostatečně nepřiblíží čas $t = T_b$, pak začne konvergovat k parametru a , matematicky psáno

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(a(t), b) = a, \tag{11}$$

její parametr b popisuje ostrost zlomu z hodnoty 0 na hodnotu a . Jakmile funkce h aktivuje daný člen, parametr α se záporným znaménkem v závorce ruší příspěvky předchozího členu a chování modelu tak závisí pouze na novém parametru α s kladným znaménkem v závorce.

V průběhu modelování se ukázalo, že fitování G jako volných parametrů nevede k rozumným výsledkům, a proto jsme přistoupili k jejich rigidnímu stanovení. Všechny ostatní parametry jsou volné a slouží k nalezení optimální funkce $m(t, \nu)$, která nejvíce odpovídá pozorování.

Podobnou funkci jsme použili při hledání optimální matematického popisu chování rentgenového dosvitu. V tomto případě ale světelná křivka obsahuje pouze jeden zlom, tedy ji lze zapsat ve tvaru

$$m(t) = m_0 + 2,5\alpha_1 \log\left(\frac{t}{T_{b1}}\right) + 2,5(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot h\left(\log\left(\frac{t}{T_{b1}}\right), G_1\right). \quad (12)$$

Pro popis chování závislosti na frekvenci (hledání koeficientu β v rovnici (2)) byla použita funkce

$$m(\nu) = m_0 + 2,5\beta \log\left(\frac{\nu}{\nu_{r'}}\right) \quad (13)$$

4.5 Programování

Následující sekce popisuje realizaci výše popsaných myšlenek. Navržený model jsme aplikovali na dostupná data pomocí programovacího jazyku Python s využitím balíčků NumPy, Matplotlib, SciPy a Pandas.

Příprava korekcí Pro snadnou orientaci jsme vytvořili třídu Filter, která umožňuje vyvolat základní vlastnosti v pozorovaných filtrech.

```
class Filter:
    def __init__(self, name, index, lambda_eff, gal_ext, ab_corr, gal_mag):
        self.name = name
        self.index = index
        self.lambda_eff = lambda_eff
        self.gal_ext = gal_ext
        self.ab_corr = ab_corr
        self.gal_mag = gal_mag
    def freq(self):
        f = const.speed_of_light/self.lambda_eff
        return f
```

Zároveň připravujeme počáteční hodnoty pro fit a korekční hodnoty pro jednotlivé filtry v formátu polí.

```
p0 = [1.3, 0.5, 1, 2, 276, 1e3, 1e5, 0.05, 0.05, 0.05, 16.5]
fix_params = ['G1', 'G2', 'G3', 'beta']
fix_values = [0.01, 0.01, 0.05, 0]
```

Načtení dat Definujeme funkci, která z datových souborů vytváří pracovní objekty typu DataFrame. Při načítání dat dochází ke kalibraci o jasnost galaxie, galaktickou extinkci a k AB korekci.

```
def add_data_extra(path):
    dat = pd.read_csv(path, sep='\s+', engine='python', header=None,
comment='#', skip_blank_lines=True)
    temp_data = pd.DataFrame(data=None, columns=['t_eff', 'mag_eff',
'mag_err', 'filter', 'freq'])
    temp_data['t_eff'] = dat[0]+dat[1]/2
    temp_data['mag_eff'] = -2.5*np.log10(10**(-0.4*dat[2]) - 10**(-0.4*m_gal))
    temp_data['mag_err'] = dat[3]
    temp_data['filter'] = dat[4]
    for i in range(5):
        temp_data.loc[temp_data['filter']==i, 'mag_eff'] += (corr_AB[i]
-corr_ext[i])
    return temp_data
```

Pomocné funkce Vytváříme pomocné funkce pro model a pro snadnou manipulaci s parametry.

```
def h(a, b):
    return a/2+b/2*np.sqrt(1+a**2/b**2)
def zip_params(x):
    all_params = fit_params + fix_params
    all_values = np.concatenate((x, np.array(fix_values)))
    return zip(all_params, all_values)
```

Model Vytvoříme model, jeho argumenty jsou čas, frekvence a vektor parametrů p . Model vrací vypočtenou hodnotu jasnosti v čase t na frekvenci ν , na základě funkcí popsaných v (Kapitola 4.4).

```
model += M0
model += alpha1*2.5*np.log10(x/Tb1)
model += 2.5*(alpha2-alpha1)*h(np.log10(x/Tb1), G1)
model += 2.5*(alpha3-alpha2)*h(np.log10(x/Tb2), G2)
model += 2.5*(alpha4-alpha3)*h(np.log10(x/Tb3), G3)
model[y==4e14] += cC
model[y==428274940000000.0] += cR
model[y<4e14] += cI
return model
```

Delinearizace a rezidua Zavedeme funkce, jež provádí delinearizaci, podle (Kapitola 4.3)

```
def delinear(x):
    return np.sign(x)*np.sqrt(np.log1p(x**2))
def residuals(p, x, y, z, mag_err):
    residual = (z-model_test(x, y, p))/mag_err
    return delinear(residual)
```

Provedení fitu Ještě před provedením optimalizace je vytvořena matice vstupních dat *inp*. Metoda `opt.least_squares()` iterativním procesem pomocí metody nejmenších čtverců zmenšuje hodnotu modifikovaných odchylek. Po nalezení optimálních hodnot parametrů je třeba určit chybu optimalizace. Výstupem optimalizačního procesu je mimo jiné Jakobiho matice, kterou vyvoláme příkazem `res.jac`. Ze znalosti jejich hodnot pro optimální parametry můžeme odvodit pomocí maticových operátorů.

```
inp = np.array([final_data['t_eff'], final_data['freq'],
               final_data['mag_eff'], final_data['mag_err']], dtype=np.float64())
res = opt.least_squares(residuals, p0, args=inp)
df = pd.DataFrame(list(zip(fit_params, res.x)), columns=['name', 'value'])
cov = np.linalg.inv(res.jac.T.dot(res.jac))
df['error'] = np.sqrt(np.diagonal(cov))
```

Vizualizace K přehlednému zobrazení dat využíváme metody z balíčku Matplotlib.

```
fig, ax = plt.subplots()
rtg_time = rtg_data['t_eff']
rtg_mag = rtg_data['mag_eff']
rtg_error = rtg_data['mag_err']/2
dmg = res_rtg.x[-1]-res.x[-1]
ax.errorbar(rtg_time, rtg_mag, yerr=rtg_error, fmt='o', ms=3, color='blue',
            label='RTG')
ax.plot(x_model_rtg, y_model_rtg, color='k', linestyle='—',
```



```
label='model_rtg')
ax.invert_yaxis()
ax.set_xlabel('Cas_po_alertu_[s]')
ax.set_ylabel('Jasnost_[mag]')
ax.tick_params(which='both',bottom=True,top=True,left=True,right=True)
ax.legend()
ax.set_xscale('log')
plt.savefig('lc_rtg.png',dpi=400)
```

5 Analýza záblesku GRB210306A

Parametr	Hodnota	Zdroj
t_0	3:53:57 UT	D'Elia et al. 2021 (SWIFT)
RA	129.9582°	D'Elia et al. 2021 (SWIFT)
DEC	60.2053°	D'Elia et al. 2021 (SWIFT)
T_{90}	9.536 s	D'Elia et al. 2021 (Fermi_GBM)
ΔT_{90}	0.143 s	D'Elia et al. 2021 (Fermi_GBM)

Tabulka 1: Shrnutí základních informací o záblesku

5.1 Základní informace

Ve 3:53:57 UT 6.3.2021⁸ detekovala družice SWIFT pomocí přístroje BAT gama záblesk v souhvězdí Velké medvědice. Na označené místo se zaměřil palubní rentgenový dalekohled XRT a dalekohled pro pozorování v ultrafialové oblasti UVOT, který objevil možný dosvit v označené oblasti [D'Elia et al., 2021]. Na vydaný alert pak reagovalo větší množství pozemských pozorovatelů a robotických dalekohledů, mezi nimi i robotický dalekohled SBT na Astronomickém ústavu v Ondřejově, ten začal exponovat první snímek 39 s po detekci záblesku družicí SWIFT. Přítomnost dosvitu potvrdila po 14 minutách pozorování dalekohledu DDOTI na Observatoři na Sierra San Pedro Martir [D'Elia et al., 2021]. Dosvit byl poté nalezen i na snímcích dalekohledu SBT.

Mateřská galaxie Mateřská galaxie byla detekována více než dva měsíce po pozorování záblesku pomocí dalekohledu LBT (Large Binocular Telescope) na Mt. Graham v Arizoně. Její jasnost byla změřena ze 20 min expozice ve filtru r' na $24,6 \pm 0,2$ mag a ve filtru z na $24,4 \pm 0,4$ mag [D'Elia et al., 2021]. Při analýze dosvitu tak můžeme započítat její příspěvek k naměřeným jasnostem. Informace o rudém posuvu galaxie nejsou dostupné.

Galaktická extinkce Při průchodu záření oblakem mezihvězdného prachu dochází k rozptylu na prachových zrnkách [Valencic et al., 2004]. Tento jev se projevuje jako zeslabení pozorovaného objektu na dané vlnové délce. Závislost míry zeslabení přicházejícího záření na frekvenci popisuje absorpční křivka [Whittet, 2018]. Při studiu dosvitu gama záblesku musíme data kalibrovat o galaktickou extinkci naší Galaxie. Zároveň je třeba brát v úvahu neznámé hodnoty galaktické extinkce v mateřské galaxii.

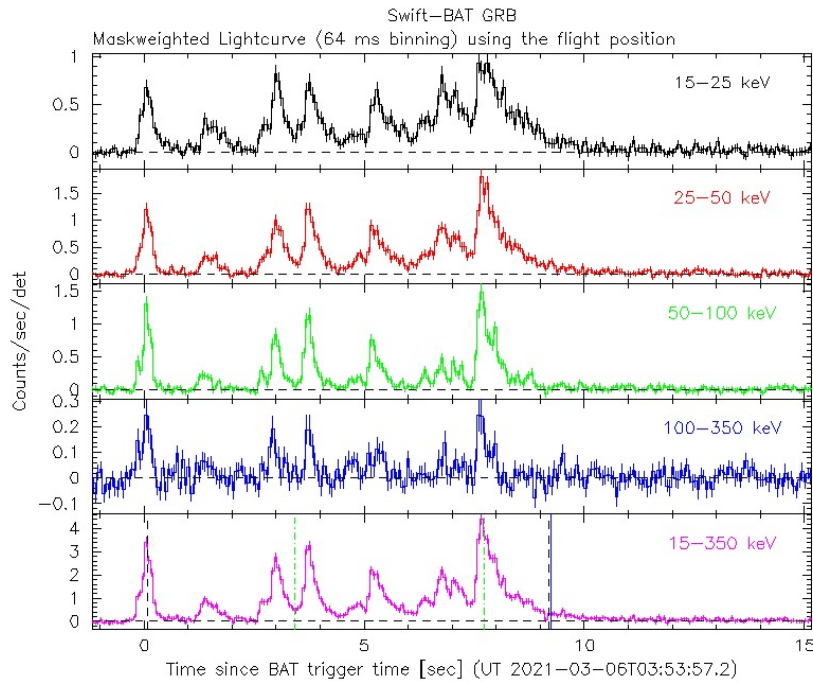
5.2 Použitá data

K vytvoření fitu jsme použili optická, infračervená a rentgenová data z dalekohledů v Ondřejově a z archivovaných cirkulářů GCN. Použitá data byla opravena o galaktickou extinkci v naší Galaxii odpovídající jednotlivým filtrům. Naměřené jasnosti v jednotlivých filtrech jsou dále upraveny na systém AB magnitud Oke [1974].

Pozorování Ondřejovských dalekohledů První pozorování zahájil 39 s po alertu dalekohled SBT, který v měření pokračoval 2 750 s, dokud detekovaný optický protějšek nezmizel z jeho dosahu. Tento robotický dalekohled byl navržen za účelem rychlé reakce na přicházející zprávy z družice Swift. Systém je tvořen dvojicí dalekohledů o průměru 25 cm, vybavených CCD kamerami.

Po 65 000 s byl pozorován půlmetrovým robotickým dalekohledem dalekohledem D50. Měření byla pořízen ve filtru Sloan r . V průběhu dalších nocí dosvit pozoroval Perkův dalekohled, což je největší dalekohled v České republice. Poslední měření dvoumetru představují prakticky záření samotné mateřské galaxie.

⁸Všechny časy týkající se záblesku jsou vztaženy k tomuto okamžiku.



Obrázek 11: Světelné křivky v oboru gama naměřené přístrojem BAT na palubě družice SWIFT. Převzato z swi [2021]

Filtr	Extinkce [mag]	AB korekce [mag]
C (bez filtru)	0,140	0
SDSS r'	0,140	0
Johnson/Cousins R	0,136	0,21
Johnson/Cousins I	0,099	0,45

Tabulka 2: Absorpce a galaktická extinkce v použitých filtrech

Pozorování z GCN Datová řada byla doplněna veřejně dostupnými informacemi z archivu GCN, což je komunikační platforma, prostřednictvím které si jednotliví pozorovatelé sdělují informace o pozorovaných jevech v reálném čase. Účelem GCN je spíše rychlé sdílení informací o záblesku v komunitě než tlak na přesnost publikovaných měření, a proto byla některá pozorování vynechána nebo jim byla snížena váha, pokud narušovala stabilitu fitování. Použitá data z archivu GCN shrnuje (Tabulka 7)

5.3 Výsledky

5.3.1 Optický dosvit

Pomocí výpočetní techniky jsme fitovali světelnou křivku optického dosvitu gama záblesku funkcí (9). Proces optimalizace vedl na hodnoty parametrů, které shrnuje (Tabulka 3).

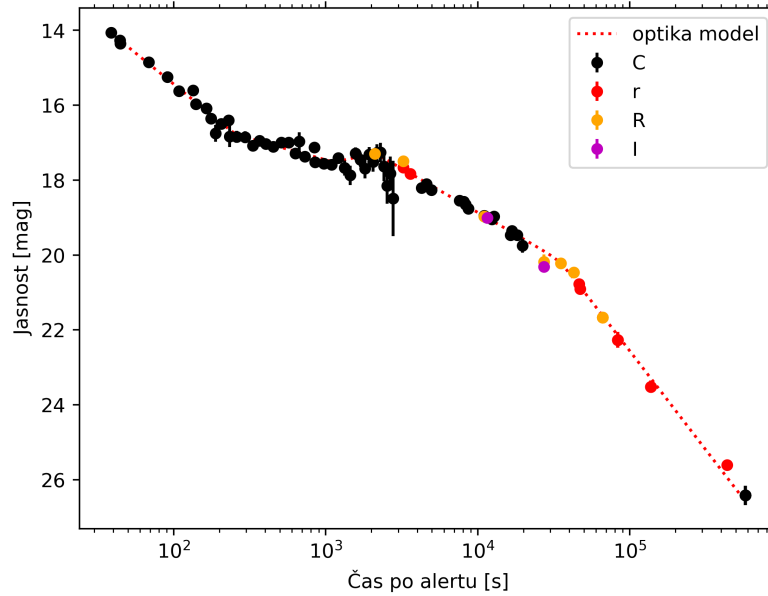
Zpočátku docházelo v optickém oboru k normálnímu poklesu s koeficientem $\alpha_1 \sim 1,3$. Po přibližně 256 s došlo ke zpomalení intenzity slábnutí dosvitu. Jasnost klesá s koeficientem $\alpha_2 \sim 0,4$, což není možné vysvětlit s pomocí jednoduchého modelu relativistické ohnivé koule (Kapitola 6). Okolo 1 000 s mohlo dojít k náhlému zjasnění v optické oblasti. Vysoká míra nejistoty při určování chování světelné křivky v této oblasti úzce souvisí s detekčním limitem dalekohledu SBT, na jehož měřeních je existence tohoto zlomu založena. Jeho skutečné existenci napovídá přítomnost nenormálního chování mezi 250 a 1 000 s, dále (Kapitola 6). Po možném zjasnění přechází dosvit do poklesu s koeficientem α_3 odpovídajícím přibližně normálnímu poklesu. Konečně po uplynutí 35 000 s došlo ke zlomu, kdy jasnost klesá s $\alpha_4 \sim 2,1$.

Parametr	Hodnota	Nejistota určení
α_1	1,32	0,06
α_2	0,45	0,18
α_3	0,94	0,05
α_4	2,11	0,08
T_{b1}	256	55
T_{b2}	2103	263
T_{b3}	34634	3688
C_C	-0,27	0,06
C_R	0,11	0,06
C_I	-0,96	0,07
m_0	16,79	0,27

Tabulka 3: Shrnutí parametrů optické světelné křivky nalezených optimalizačním procesem.

Parametr	Hodnota	Standardní chyba
α_1	0,22	0,05
α_2	1,68	0,09
T_{b1}	1395	214
m_0	21,52	0,11

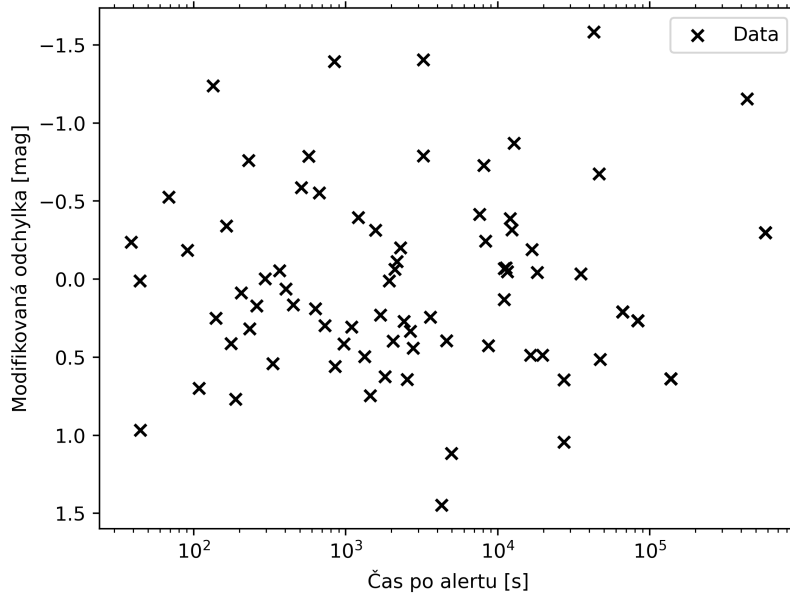
Tabulka 4: Shrnutí parametrů rentgenové světelné křivky nalezených optimalizačním procesem.



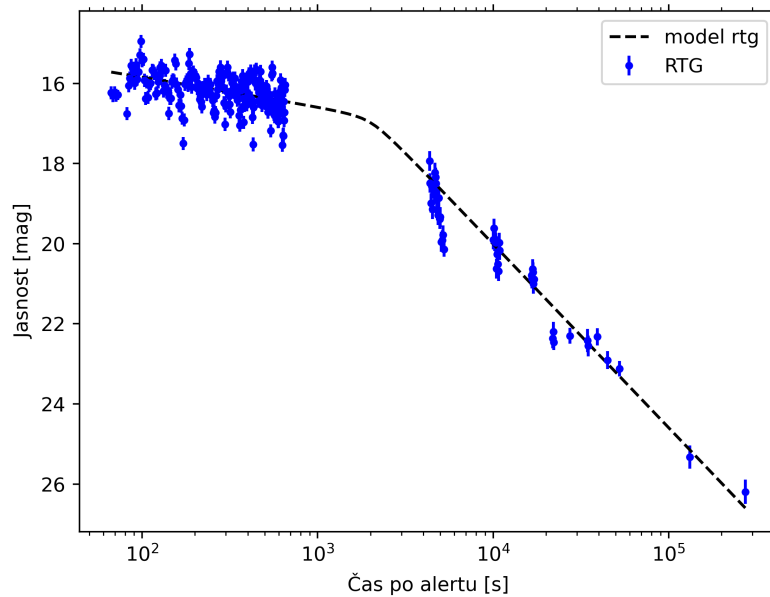
Obrázek 12: Světelná křivka v optickém oboru spektra. Barevně odlišeny jsou jednotlivé filtry, tečkovaná závislost odpovídá nalezenému fitu.

5.3.2 Rentgenový dosvit

Podobný postup byl aplikován při fitování rentgenového dosvitu pomocí rovnice (12), zde vedla optimalizace k hodnotám, které shrnuje (Tabulka 4).



Obrázek 13: Závislost velikosti modifikované chyby optické světelné křivky v čase. Rozměrem chyb jsou sice magnitudy, ale velikostem magnitud neodpovídají kvůli delinearizaci.



Obrázek 14: Světelná křivka rentgenového dosvitu. Uměle posunutá o Δm_0

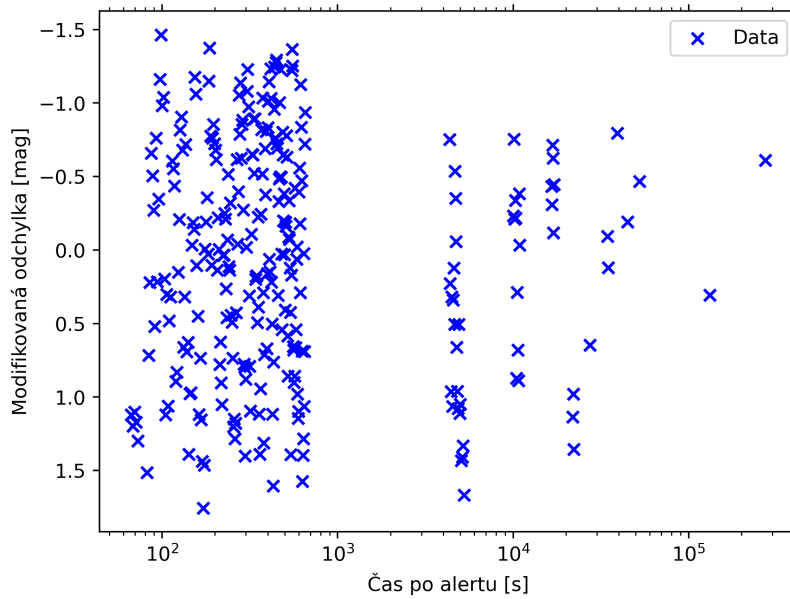
Světelná křivka rentgenového dosvitu začíná přibližně rovným úsekem s koeficientem $\alpha_1 \sim 0,2$, v čase přibližně 1 400 s dochází ke zlomu a k přechodu na sklon $\alpha_2 \sim 1,7$. Vzhledem k nedostatku dat mezi 500 a 2 000 s po záblesku záleží koeficienty především na volbě parametru G . Pro něj jsme zvolili fixní hodnotu $G = 0,1$, která vede ke křivce relativně odpovídající fyzikálnímu chování.

Parametr	Hodnota	Nejistota určení
β	2,61	3,46
m_0	18,33	0,84

 Tabulka 5: Nalezený spektrální index β

Parametr	Hodnota	Nejistota určení
β_{400}	0,46	-
$m_{0,400}$	16,99	-
$\beta_{40\,000}$	0,78	-
$m_{0,40\,000}$	20,42	-

Tabulka 6: Výsledky optimalizačního procesu širokopásmého spektra.

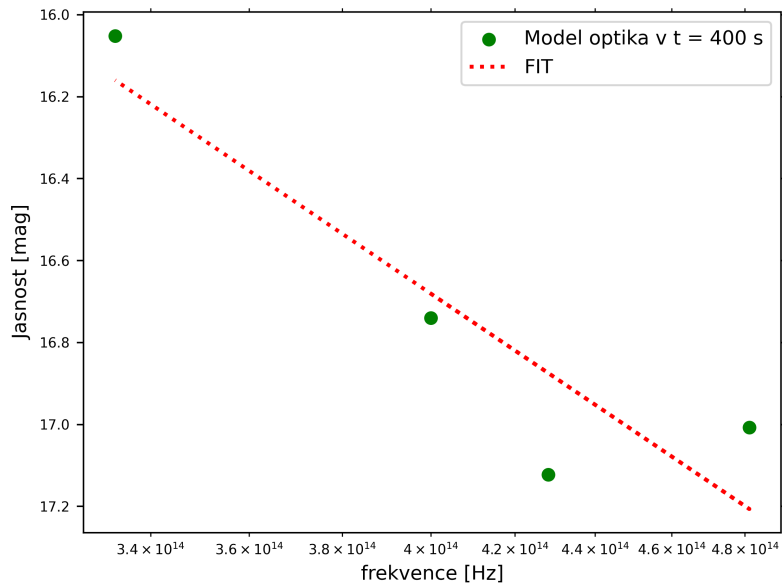


Obrázek 15: Rozložení modifikovaných chyb v čase. Rozměrem chyb jsou sice magnitudy, ale velikostem magnitud neodpovídají kvůli delinearizaci.

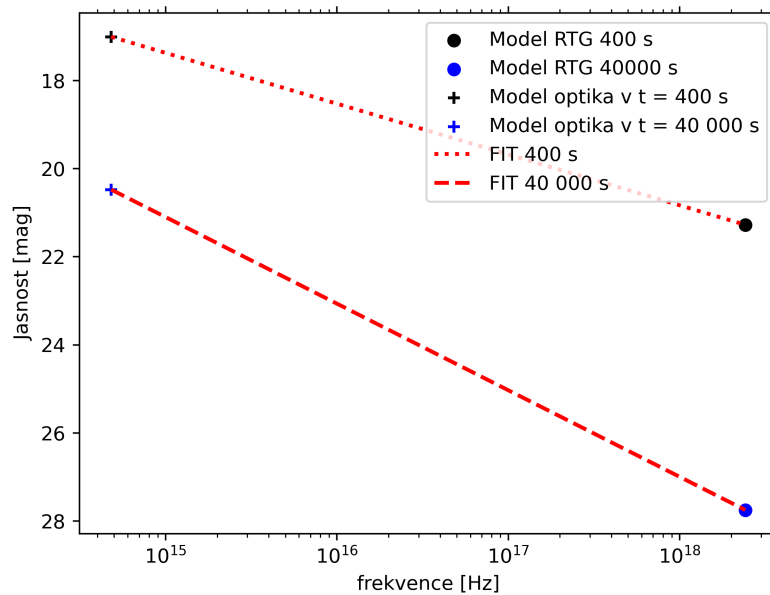
5.3.3 Spektrální index β

K určení spektrálního indexu β jsme využili dvě různé metody. Z naměřených dat vznikl model popsáný rovnicí (9), který jsme odstraněním korekčního frekvenčního členu C_ν využili k vytvoření reprezentativních dat v daném čase $t = 400$ s. Těmito daty byla proložena funkce s předpisem (13). Výsledky optimalizace shrnuje (Tabulka 5). Tato metoda nevedla k uspokojivému řešení, jelikož míra nejistoty parametru β převyšuje jeho hodnotu. Nalezené parametry závisejí na jediném měření ve filtru I , které bylo získáno z archivu cirkuláře GCN. Proto jsme provedli obdobnou analýzu se započtením rentgenového měření družice SWIFT. Použili jsme výše odvozený model (Kapitola 5.3.2), abychom našli reprezentativní bod v čase t v rentgenovém oboru. Následně byla křivka s předpisem (13) proložena modelovaným bodem ve filtru r (statisticky nejsilnější vzorek) a bodem v rentgenové oblasti.

Vzhledem k možné variabilitě koeficientu β bylo fitování provedeno pro čas $t_1 = 400$ s a $t_2 = 40\,000$ s. Výsledky shrnuje (Tabulka 6).

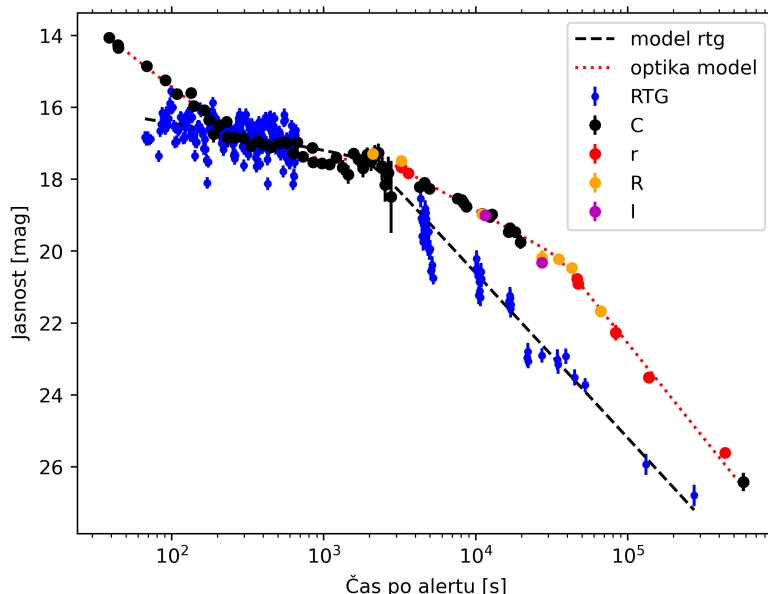


Obrázek 16: Závislost jasnosti na frekvenci v čase $t = 200$ s. Zelené body vyjadřují reprezentativní data vytvořena modelem, kterými byla proložena křivka. Body na frekvenci 400 THz byly pořízeny bez filtru, a proto se do fitu nezahrnují.



Obrázek 17: Závislost jasnosti na frekvenci v čase $t = 200$ s a $t = 5000$ s.

6 Diskuze



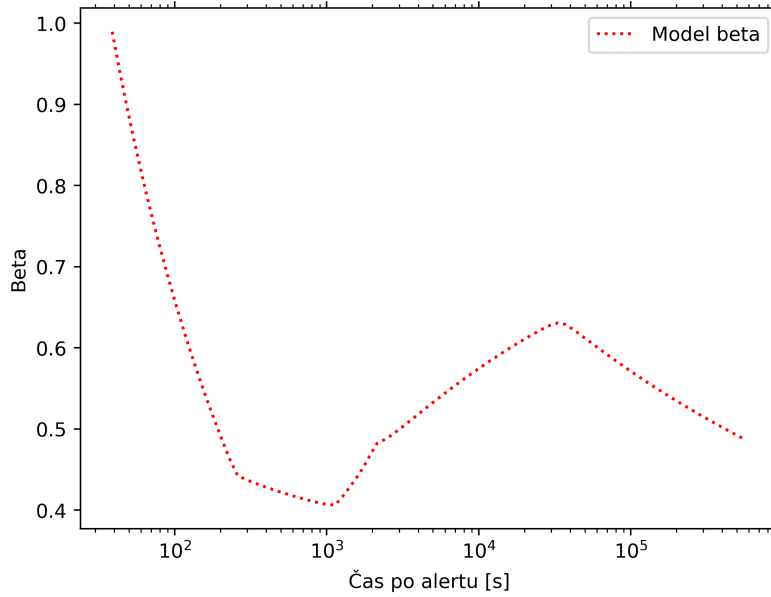
Obrázek 18: Světelná křivka v optickém a rentgenovém oboru. Data z družice SWIFT jsou posunuta uměle o Δm_0 .

Porovnáním obou světelných křivek si můžeme všimnout následujících zajímavých vlastností:

1. Na začátku pozorování světelná křivka v optickém oboru výrazně klesá, ale rentgenová světelná křivka je zde přibližně plochá.
2. Mezi 250 a 2 000 s se pohybuje optická křivka s koeficientem $\alpha \sim 0,4$ a první část rentgenových dat má velmi podobný pokles.
3. Od 2 000 s dál obě křivky klesají s rozdílnými koeficienty α .
4. Po 35 000 s dochází v optickém oboru k dalšímu zrychlení poklesu, index poklesu je podobný finálnímu indexu v rentgenu.

Raná fáze dosvitu Zvýšená intenzita a rychlý pokles intenzity záření v nejranější fázi v optickém oboru, které nejsou doprovázeny podobným chováním v rentgenových datech by mohla být způsobena zpětným šokem [Japelj et al., 2014]. Tento jev se projevuje především zjasněním na nižších frekvencích (typicky rádiový nebo optický obor). Optická křivka by tak mohla být superpozicí dvou komponent: zpětným šokem, který dominuje v průběhu prvních 200 s po záblesku a příspěvkem standardní rázové vlny, čemuž napovídá chování v rentgenové oblasti. Koeficient poklesu α daný slábnutím emise způsobené zpětným šokem by tak byl kontaminovaný koeficientem poklesu v rovném úseku (pravděpodobně podobný jako v rentgenových datech) a ve skutečnosti by měl vyšší hodnotu kolem $\alpha_{RS} \sim 2.2$.

Plochý úsek (plateau) Za rovný úsek v optickém oboru může odpovídat stále trvající aktivita ústředního tělesa, která způsobila záblesk v gamě, centrální těleso může dodávat energii pohybující se rázové vlně a zvyšovat tak intenzitu přicházejícího záření. Další možné vysvětlení tohoto chování poskytuje nehomogenita rozvrstvení materiálu v okolí záblesku. Obě výše zmíněná vysvětlení by mohla spolehlivě popsat i možné zjasnění v čase 1 500 s v optickém oboru. Další možná vysvětlení zahrnují přítomnost neutronů v materiálu výtrysku nebo rozptýl záření na prachu v okolí záblesku [Klotz et al., 2005]. Výkon, který přichází z centrálního zdroje nemusí být úplně bez fluktuací, což přirozeně vysvětluje přítomnost zjasnění v optickém oboru.

Obrázek 19: Závislost koeficientu β na čase.

Rozdílné sklony α mezi 2 a 35 ks Kolem 2 000 s dochází ke změně rychlosti poklesu v optickém oboru. Rentgenová emise po rovném úseku v průběhu první orbity začíná od druhého oběhu klesat s koeficientem $\alpha \sim 1,6$. Optická světelná křivka ale zpočátku klesá pouze s koeficientem $\alpha \sim 0,9$. Tento sklon přetrvává až do času 35 000 s, kdy dochází k další změně a sklony se v mezích nejistot určení těchto koeficientů vyrovnávají.

Pro toto chování navrhuje následující vysvětlení: Někdy ke konci první orbity rentgenových dat projde frekvence ν_C rentgenovým oborem, změní se tím rychlost poklesu rentgenu. o něco později dojde k útlumu toku energie z centrálního zdroje a skončí plochá fáze optické křivky. Sklon v optice $\alpha \sim 0,9$ odpovídá rychlosti poklesu mezi frekvencemi ν_M a ν_C v případě rozpínání pomalu chladnoucího plazmatu do prostředí s konstantní hustotou. ν_C se v tuto dobu pohybuje mezi rentgenovým a optickým oborem. Nakonec dospěje ν_C do optické oblasti a svým průchodem způsobí zlom kolem 35 000 s. Od té chvíle je sklon rentgenové a optické světelné křivky stejný, protože obě leží na stejném segmentu spektra.

Extinkce v mateřské galaxii Tento model podporuje vývoj spektrálního koeficientu β_{OX} v čase, kdy je nejprve konstantní, pak pozvolna roste a nakonec se ustálí na nové stabilní hodnotě. Trvání a míra této změny odpovídá předpovědi Gao et al. [2013]. Absolutní hodnota koeficientu neodpovídá teoretické předpovědi modelu. Musíme proto doplnit naši představu o extinkci ve vzdálené galaxii, která je ovšem, jak se zdá, opravdu nezanedbatelná [D’Elia et al., 2021].

Shrnutí Představili jsme interpretaci chování dosvitu záblesku gama v rentgenovém a optickém oboru. Daný scénář je bezpochyby jen jedna z možných interpretací. Má své silnější stránky, kdy všechny indexy lze vysvětlit pomocí jediného parametru $p \simeq 2.6$, přirozeně vysvětluje rozdílné chování v rentgenu a v optice a umožňuje určit extinkci v mateřské galaxii. Má také slabší stránky: zavádí zlom v rentgenu kolem 800 s, který nemá podporu v pozorovacích datech (docházelo k zákrytu objektu Zemí při pohybu družice po oběžné dráze), a nepodává vysvětlení pro fluktuace jasnosti na rentgenové křivce.

7 Závěr

Hlavním cílem této práce byla interpretace světelné křivky gama záblesku GRB210306A. Používali jsme data získaná robotickými dalekohledy skupiny Astrofyziky vysokých energií Astronomického ústavu AV ČR, která patří ke světové špičce v oboru pozorování optických dosvitů gama záblesků. Právě rychlá reakce dalekohledu SBT umožnila odhalit příspěvek zpětného šoku v rané fázi světelné křivky. Tato pozorování jsme doplnili o optická měření získaná z archivu cirkulářů GCN a o veřejně dostupná data z rentgenového dalekohledu XRT na palubě družice SWIFT.

Všechna získaná měření jsme se snažili v duchu multispektrální analýzy popsat pomocí jediného fyzikálního modelu. V souladu s teoretickými modely dosvitů gama záblesků jsme se snažili interpretovat jednotlivé úseky nalezené světelné křivky a charakterizovat tak samotný záblesk a jeho okolní prostředí. K posouzení navrženého fyzikálního modelu bylo třeba vyvinout počítačový program, který numerickými metodami hledá optimální parametry a jejich statistické odchylky. Ukázalo se, že se v případě záblesku GRB 210306A jednalo o expanzi obálky v režimu pomalého ochlazování (*slow cooling regime*) do homogenního mezihvězdného plynu. Navíc se zdá pravděpodobné, že spektrální zlom vázaný na ochlazovací frekvenci procházel v průběhu pozorování od rentgenové k optické oblasti. Detailní analýza a určení mnoha parametrů bohužel závisí na znalosti vzdálenosti záblesku, kterou se i přes provedené spektroskopické měření nepodařilo určit a máme k dispozici jen velmi hrubé odhady.

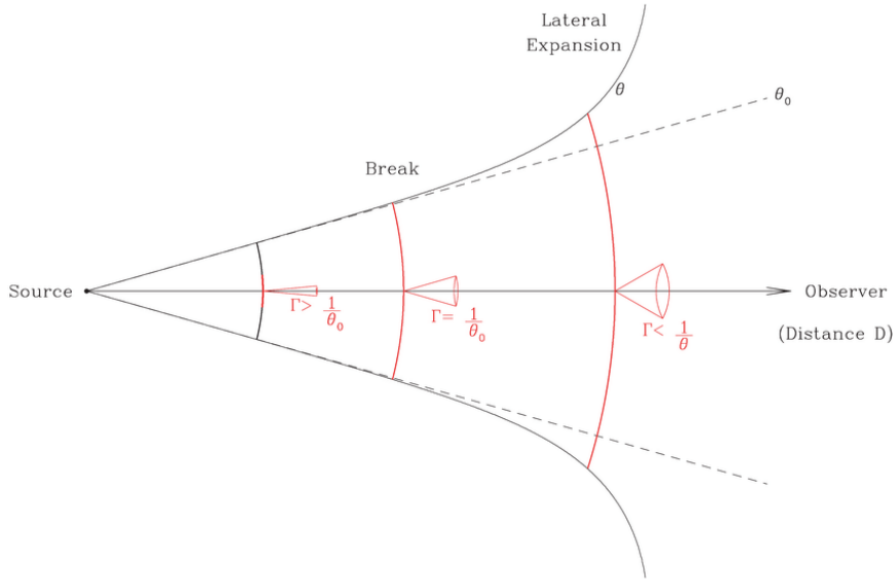
Popis gama záblesků je na první pohled velmi jednoduchý a přímočarý, ale při detailním studiu jen jedné konkrétní světelné křivky jsme narazili na složitost této problematiky. V úvodu jsme se snažili objasnit základní koncepty teorie relativistické ohnivé koule, která záření záblesků gama popisuje. Základy matematického aparátu této teorie jsou v přílohách. Zájemci o hlubší studium pak v textu naleznou řadu odkazů na detailnější zdroje.

Pozorování a interpretace světelných křivek dosvitů může vést k pochopení jevu, při kterém jediná hvězda dokáže přezářit jasnost galaxie, jevu, jenž je pozorovatelný napříč celým pozorovatelným vesmírem. Pokud jednou dokážeme tyto jevy plně objasnit a naučíme se pomocí nich určovat vzdálenosti ve vesmíru, budou klíčem k poznání raného vývoje kosmu, který nemá obdoby.

8 Dodatky

Následující kapitoly týkající se fyzikálního popisu vycházejí zejména z [Pawan Kumar, 2015; Piran, 2005, 1999; Paradijs et al., 2000]. Jejich znalost ale není nutná k pochopení závěrů naší práce, proto je uvádíme v dodatcích. Jsou zde uvedeny především pro utvoření představy o fyzikálních procesech skrývajících se za pozorovanými daty.

8.1 Relativistická aberace světla



Obrázek 20: Chování jetu se snižujícím se Lorentzovým faktorem γ . Na obrázku je vyznačen bod, ve kterém dochází k tzv. *jet breaku*. Převzato z [Ripa, 2011]

Fotony, které jsou vyzařovány zdrojem pohybujícím se rychlostí blízké c , podléhají tzv. relativistické aberaci [Rieger, 2018]. Uvažujme zdroj fotonů pohybující se rychlostí v a odpovídajícím Lorentzovým faktorem γ . V soustavě spojené se zdrojem budou fotony emitovány pod úhlem α' . Rozložme pohyb fotonů na složku kolmou na rychlost v , u_{per} a složku rovnoběžnou s rychlostí v , u_{par} . Úhel, pod kterým se bude pohybovat foton vzhledem k pozorovateli, je dán vztahem

$$\tan \alpha = \frac{u_{per}}{u_{par}}, \quad (14)$$

kolmá složka je Lorentzovsky invariantní, zatímco rovnoběžná se změní na [Rieger, 2018]

$$u_{par} = \gamma(u'_{par} + v). \quad (15)$$

S použitím úhlu α' , dostaneme rovnici (14) do tvaru

$$\tan \alpha = \frac{u_{per}}{\gamma(u'_{par} + v)} = \frac{u' \cos \alpha'}{\gamma(u' \sin \alpha' + v)} = \frac{c \cos \alpha'}{\gamma(c \sin \alpha' + v)}. \quad (16)$$

Pro limitní případ $\alpha' = \pi/2$ pak dostaneme

$$\tan \alpha = \frac{c}{\gamma v}. \quad (17)$$

Pro $v \approx c$, tedy $\gamma \gg 1$ je $c/v \approx 1$ a lze použít aproximaci pro malé úhly $\tan x \approx x$ [Rieger, 2018]

$$\tan \alpha = \frac{c}{\gamma v} \approx \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \alpha \approx \gamma^{-1} \quad (18)$$

Proto při vysokých rychlostech zdroje v pozorujeme fotony emitované do všech směrů v soustavě spojené se zdrojem jen v úzkém kuželu s vrcholovým úhlem γ^{-1} . Tento kužel nazýváme jet.

8.2 Sychrotronní záření

Uvažujme elektron pohybující se rychlostí v , s odpovídajícím Lorentzovým faktorem γ , kolmo na magnetické pole o síle B . Velikost elektrického pole v soustavě spojené s elektronem je

$$E = \frac{\gamma v B}{c}. \quad (19)$$

S použitím Larmorova vztahu (ve tvaru pro systém CGS)⁹ dostaneme výkon vyzářený elektronem při jeho zrychlování v elektrickém poli daném (19)

$$P = \frac{2q^4 E^2}{3c^3 m^2} = \frac{2q^4 \gamma^2 v^2 B^2}{3c^5 m^2} = \frac{\sigma_t B^2 \gamma^2 v^2}{4\pi c}, \quad (20)$$

kde σ_t je Thomsonův účinný průřez [Weisstein, 2007; Nave]. Jelikož je záření elektrického dipólu P-symetrické, je výkon P Lorentzovsky invariantní. To znamená, že výkon vypočtený pro soustavu spojenou s elektronem je shodný s výkonem pozorovaným v laboratorní vztážené soustavě. Vztah (20) platí pouze pro elektron, který se pohybuje kolmo na \mathbf{B} , abychom získali výraz pro izotropní rozložení úhlů, musíme ho vynásobit faktorem $2/3$.

Elektron pohybující se v magnetickém poli pod úhlem α vzhledem k \mathbf{B} se bude snažit zarovnat s \mathbf{B} . Výsledkem je precesní pohyb s úhlovou frekvencí (oběhu kolem přímky definované vektorem \mathbf{B})

$$\omega = \frac{qB}{\gamma mc}, \quad (21)$$

tato frekvence je nazývána Larmorova frekvence [Nave]. Vyzářované fotony se ale pohybují v jetu, tedy vzdálený pozorovatel je může spatřit jen v případě, kdy je rotační osa kuželu fotonů odchýlena od směru k pozorovateli o méně než γ^{-1} . Zlomek periody, po kterou pozorovatel může záření pozorovat, odpovídá

$$k = \frac{2\gamma^{-1}}{2\pi} = \frac{1}{\gamma\pi}. \quad (22)$$

S použitím vztahu mezi časem v soustavě spojené s elektronem a časem v soustavě spojené se vzdáleným pozorovatelem lze odvodit vztah pro délku trvání pulzu z hlediska pozorovatele

$$t_p \sim \frac{2\pi}{\gamma\omega} \cdot \frac{k}{2\gamma} \sim \frac{1}{\omega\gamma^3} \sim \frac{mc}{qB\gamma^2}. \quad (23)$$

Převrácenou hodnotou tohoto času získáme charakteristickou frekvenci sychrotronního záření

$$\omega_{syn} = \frac{qB\gamma^2}{mc} \quad \mathbf{a} \quad \nu_{syn} = \frac{3qB\gamma^2}{4\pi mc}, \quad (24)$$

kde ν_{syn} odpovídá cyklické frekvenci. Spektrum sychrotronní emise má maximum právě na frekvenci ν_{syn} , pro $\nu < \nu_{syn}$ je charakteristický výkon $P(\nu)$ úměrný $\nu^{1/3}$, což vyplývá z Fourierovy transformace profilu sychrotronního pulzu. Pro $\nu > \nu_{syn}$ klesá $P(\nu)$ exponenciálně. Specifický výkon v maximu lze psát jako

$$P(\nu_{syn}) \sim \frac{P}{\nu_{syn}} \sim \frac{\sigma_T B m c^2}{2q}. \quad (25)$$

Sychrotronní spektrum s mocninným rozložením elektronů $dN_e/d\gamma = \gamma^{-p}$ lze získat postupným přidáváním příspěvků elektronů s frekvencí vyšší než ν_{syn} , již odpovídá Lorentzův faktor γ_ν z rovnice (24)

$$\gamma_\nu = \left(\frac{2\pi\nu mc}{qB} \right)^{1/2}. \quad (26)$$

Specifický tok záření na frekvenci ν tedy získáme jako [Ghisellini, 2013]¹⁰

$$f_\nu = \int_{\gamma_\nu}^{\infty} \frac{dN_e}{d\gamma} P(\nu) d\gamma, \quad (27)$$

⁹Centimetr, gram, sekunda, soustava jednotek alternativní k SI

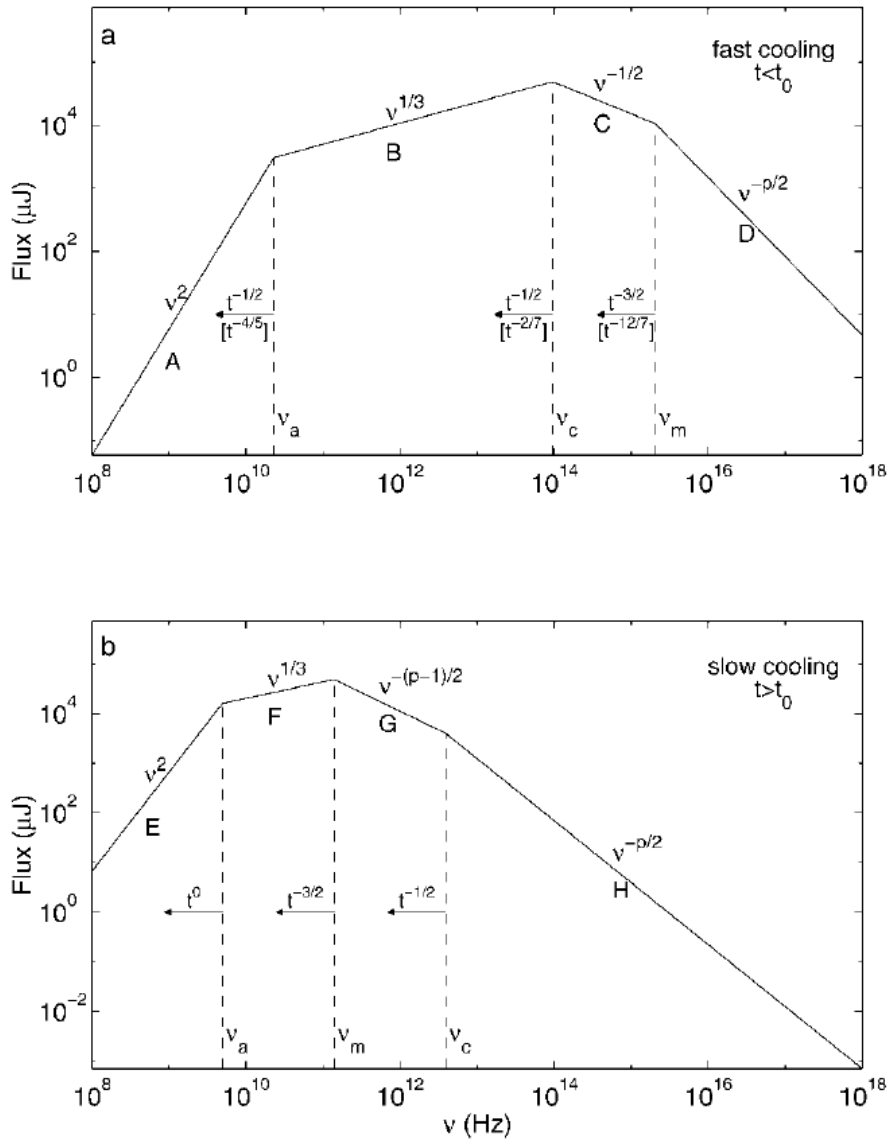
¹⁰Korektní a úplné odvození bez aproximací

my se spokojíme s odvozením závislosti na frekvenci. Předpokládejme, že $P(\nu) \propto (\nu/\nu_{syn})^{1/3}$, dále využijme rovnici (24) a (26).

$$\begin{aligned}
 f_\nu &= \int_{\gamma_\nu}^{\infty} \frac{dN_e}{d\gamma} P(\nu) d\gamma \sim \int_{\gamma_\nu}^{\infty} \gamma^{-p} \left(\frac{\nu}{\nu_{syn}} \right)^{1/3} d\gamma \sim \int_{\gamma_\nu}^{\infty} \gamma^{-p} \left(\frac{2\pi mc\nu}{qB\gamma^2} \right)^{1/3} d\gamma \sim \\
 &\sim \int_{\gamma_\nu}^{\infty} \gamma^{-p-2/3} \nu^{1/3} \sim \left(\frac{2\pi\nu mc}{qB} \right)^{-(p-1/3)/2} \nu^{1/3} \sim \nu^{-(p-1/3)/2+1/3} \sim \nu^{-(p-1)/2} \sim \nu^{-\alpha}
 \end{aligned} \tag{28}$$

Z této rovnice tedy vidíme, že $f_\nu \propto \nu^{-(p-1)/2}$. Odvodili jsme tak důležitý poznatek, mocninné rozložení gama faktorů elektronů produkuje mocninnou závislost mezi intenzitou specifických zářivých toků a frekvencí. Parametr α se tradičně nazývá spektrální index záření.

Další důležitý parametr synchrotronního spektra je *frekvence chladnutí* ν_c . Pozorujme urychlené elek-



Obrázek 21: Popis synchrotronních spekter se zlomovými frekvencemi. Převzato z [Piran et al., 1998]

trony, které chladnou po čas t_c . Elektronů s $\gamma \geq \gamma_c$ za čas t_c ztratí značnou část své energie a jejich Lorentzův faktor se sníží pod γ_c , jehož velikost odvodíme ze zákona zachování energie.

$$\frac{dmc^2\gamma}{dt} = -\frac{\sigma_T}{6\pi} B^2 \gamma^2 c \tag{29}$$

Integrací podle času dostáváme

$$mc^2\gamma_c = -\frac{\sigma_T}{6\pi}B^2\gamma_c^2ct_c \Rightarrow \gamma_c \sim \frac{6\pi mc}{\sigma_TB^2t_c} \quad (30)$$

Frekvenci chladnutí získáme dosazením Lorentzova faktoru do výrazu (24) a přenásobením faktorem 3/2, která odpovídá odstranění korekce o izotropního rozložení úhlů,

$$\nu_c = \frac{3qB\gamma^2}{4\pi mc} \sim \frac{27\pi qmc}{\sigma_T^2 B^3 t_c^2}. \quad (31)$$

Podle velikosti ν_c rozlišujeme dva druhy synchrotronních spekter, pro $\nu_a < \nu_m < \nu_c$ spektrum pomalu chladnoucích elektronů a pro $\nu_a < \nu_c < \nu_m$ spektrum rychle chladnoucích elektronů, kde ν_m je frekvenci odpovídající uvolněným elektronům s nejnižším Lorentzovým faktorem. Na frekvenci ν_c také dochází ke zlomu závislosti intenzity specifického toku na frekvenci, který lze odvodit z rovnice kontinuity pro elektrony v energetickém prostoru. Poslední důležitou frekvencí je výše zmíněná ν_a , která popisuje frekvenci, při které již hraje významnou roli inverzní synchrotronní proces.

8.3 Inverzní Comptonův rozptyl

Tento proces popisuje mechanismus urychlování fotonů rozptylem na elektronech s vysokou energií. Uvažujme foton o frekvenci ν a elektron o hmotnosti m pohybující se rychlostí, které odpovídá Lorentzův faktor γ . Sledujme proces v soustavě spojené s elektronem. Foton se pohybuje s frekvencí $\nu' = \nu\gamma$ (relativistický Dopplerův posuv). Pro $h\nu' \ll mc^2$ se rozptyl chová elasticky, tedy vlivy na elektron můžeme zanedbat. Frekvence rozptýleného fotonu v soustavě spojené s elektronem je nyní ν' . Lorentzovskou transformací pohybu rozptýleného fotonu do laboratorní vztažné soustavy získáme frekvenci $\nu_s = \gamma^2\nu$.

Nyní uvažujme o elektronu pohybujícím se prostorem s energetickou hustotou fotonů ν_γ . Pak pro zářivý výkon bude platit vztah

$$P \sim \sigma_T \int \frac{u_\nu c}{h\nu} h\nu\gamma^2 d\nu \sim \sigma_T \nu\gamma^2 c, \quad (32)$$

kde $u_\nu d\nu$ je hustota fotonů o dané frekvenci. Srovnáním rovnic (20) a (32) vidíme, že poměr mezi výkonem synchrotronního záření a inverzního Comptonova rozptylu je u_B/u_γ , kde $u_B = B^2/8\pi$. Zvláště důležitý princip, který zodpovídá za fotony urychlené na vysoké energie právě v případě gama záblesků, je tzv. *Synchrotron-Self-Scattering (SSC)*, tedy Comptonovské urychlení fotonů synchrotronně emitovaných.

Spektrum inverzního Comptonova rozptylu pro mocinné rozložení elektronů s indexem p může být pro fotony s nízkou energií výrazně tvrdší než synchrotronní spektrum. Pro vyšší energie se chová stejně jako spektrum synchrotronní emise, tedy jako mocinná závislost specifického zářivého toku na frekvenci $\nu^{-(p-1)/2}$.

8.4 ad Relativistická ohnivá koule

Dynamika Uvažujme relativistickou ohnivou kouli o svítivosti L a počátečním poloměru R_0 . Pak počáteční teplotu (vyjádřenou jako energii) lze psát jako

$$k_b T_0 \approx k_b \left(\frac{L}{4\pi R_0^2 \sigma g_0} \right)^{1/4} = (2R)^{-1/2} L^{1/4} k_b (\pi \sigma g_0)^{-1/4}, \quad (33)$$

kde k_b je Boltzmannova konstanta, σ je Stefan-Boltzmannova konstanta a $g_0 = 2,75$ je polovina stupňů volnosti plazmy sestávající z fotonů, elektronů a pozitronů v tepelné rovnováze. Nyní uvažujme slupku rozpínající se ohnivou kouli pohybující se rychlostí blízké c . Vzhledem k laboratorní vztažné soustavě bude mít tloušťku dr , v soustavě spojené s expandující obálkou to bude $dr' = \Gamma dr$, kde Γ je Lorentzův faktor baryonů obálky. Teplotu v závislosti na vzdálenosti od místa vzniku ohnivou koule v soustavě spojené s expandující slupkou označíme jako $T'(r)$. Celková svítivost ani celková entropie slupky se nebude se vzdáleností r měnit

$$L = 4\pi r^2 g(r) \sigma T'(r)^4 \Gamma^2(r), \quad (34)$$

$$S = 4\pi r^2 (dr') g(r) T'^3. \quad (35)$$

Podle druhého termodynamického zákona se entropie obsažená ve slupce musí zachovávat, tedy platí

$$4\pi R_0^2 (dr) g_0(r) T_0^3 = 4\pi r^2 \Gamma (dr) g(r) T'^3, \quad (36)$$

z čehož můžeme vyjádřit teplotu T' jako

$$T' = T_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^{2/3} \left(\frac{g_0}{g} \right)^{1/3} \Gamma^{-1/3}, \quad (37)$$

dosazením do rovnice (34) za T' získáme vztah pro $\Gamma(r)$

$$\Gamma(r) = \left(\frac{r}{R_0} \right) \left(\frac{g_0}{g} \right)^{1/2}, \quad (38)$$

který můžeme dosadit do rovnice pro teplotu (37)

$$T'(r) = T_0 \frac{R_0}{r} \left(\frac{g_0}{g} \right)^{1/2}. \quad (39)$$

Lorentzův faktor se zvyšuje dokud je energie záření (ve fotonech) vyšší než klidová energie baryonů, tedy dokud nedosáhne hodnoty

$$\Gamma_s = \frac{L}{Mc^2} = \eta_s, \quad (40)$$

kde čítec vyjadřuje tok energie záření rozpínající se obálkou a jmenovatel energii danou tokem hmotných baryonů v obálce. Faktoru Γ_s je dosaženo ve vzdálenosti R_s

$$R_s = \eta_s R_0. \quad (41)$$

Fotosférická emise Po dosažení vzdálenosti R_{ph} se látka stává opticky průhlednou pro Thomsonův rozptyl. Místo, kde dochází k této přeměně kinetické energie expandující obálky na energii záření právě díky Thomsonově rozptylu říkáme Thomsonova fotosféra. Fotosférická vzdálenost R_{ph} je dána optickou hustotou látky, za kterou zodpovídají především opakující se anihilace a vznikání elektron-pozitronových párů. Pro R_{ph} platí

$$\frac{R_s}{R_{ph}} \leq 1, \quad (42)$$

v případě rovnosti jsou částice urychlovány až k samotné fotosféře, zatímco pro menší hodnoty R_s dochází před dosažením R_{ph} k adiabatickému chladnutí látky.

Pro $R_{ph} = R_s$, tedy $\eta > \sim 10^3$, platí pro tepelné záření, které prochází fotosférou vztah

$$L_{ph} = 4\pi R_{ph}^2 \sigma T'(R_{ph})^4 \Gamma(R_{ph})^2 \sim 4\pi R_{ph}^2 \sigma \left(\frac{T_0 R_0}{R_{ph}} \right)^4 \left(\frac{R_{ph}}{R_0} \right)^2 \sim 4\pi R_0^2 \sigma T_0^4 = L, \quad (43)$$

který získáme pomocí rovnice (38) a (39) pro $r = R_{ph}$. Pokud je $\eta < \sim 10^3$, pak dochází k emisi až po dosažení R_s a zářivý výkon Thomsonovy fotosféry je menší než L , teplota odpovídá

$$T(r) \sim T_0 \left(\frac{R_s}{r} \right)^{2/3}, \quad \text{pro } r > R_s. \quad (44)$$

Po dosazení do rovnice (43) dostaneme pro zářivý výkon po průchodu R_{ph} výraz

$$L_b \sim L \left(\frac{R_s}{R_{ph}} \right)^{2/3}, \quad (45)$$

fotosférická vzdálenost R_{ph} je úměrná η^3 , zatímco saturační vzdálenost R_s roste s η , proto L je úměrná $\eta^{8/3}$, tedy rychle klesá s klesajícím η [Meszaros – Rees, 2000].

8.5 ad Relativistická rázová vlna

Popisujeme prostředí s profilem hustoty daným vztahem

$$\rho(R) = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-k}. \quad (46)$$

Nyní uvažujme rázovou vlnu pohybující se cirkumstelárním prostředím s Lorentzovým faktorem Γ , v soustavě s ní spojené ale budou na ní nalétávat částice okolí se stejným faktorem Γ . Hustota okolí z pohledu letící rázové vlny odpovídá $\Gamma\rho$. Interakcí částic rázové vlny s okolím získávají částice v soustavě s spojené s vlnou tepelnou energii odpovídající Γmc^2 . Částice jsou zároveň smeteny rázovou vlnou a vůči laboratorní soustavě se pohybují s faktorem Γ . Při pozorování energie jedné částice ve spojení s laboratorní soustavou dojdeme k výsledku $E = \Gamma^2 mc^2$. Celková energie rázové vlny lze vyjádřit s pomocí vztahu (46) jako

$$E \sim \Omega \rho R^3 \Gamma^2 c^2 \sim \frac{\Omega}{3-k} \rho_0 R_0^k R^{3-k} \Gamma^2 c^2, \quad (47)$$

kde Ω je prostorový úhel rázové vlny, tedy pro šíření kulové slupky $\Omega = 4\pi$. Pro výtrysky ve tvaru kuželů o vrcholovém úhlu θ , tedy jety, platí $\Omega = 4\pi(1 - \cos\theta)$. Pro $\Omega(t) = konst$ lze s pomocí zobecněné Sedovovy škály rovnici (47) přepsat do tvaru pro vzdálenost R , ve které dojde k přechodu do newtonovské fáze [Piran, 2005]

$$R_{nwt} = \left(\frac{(3-k)E}{\rho_0 R_0^k c^2} \right)^{1/(3-k)}. \quad (48)$$

Pro další úvahy předpokládejme konstantní hustotu ρ okolního prostředí rázové vlny ve tvaru kulové slupky, tedy $k = 0$; $\Omega = 4\pi$, rovnice (47) nabývá tvaru

$$E = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho mc^2 \Gamma = konst \Rightarrow R^3 \Gamma^2 = konst. \quad (49)$$

Hmotnost m odpovídá střední hmotnosti částice okolního prostředí - hmotnosti m_p protonu [Pawan Kumar, 2015]. Z rovnice (49) přímo vyčteme závislost

$$\Gamma \propto R^{-3/2}. \quad (50)$$

V laboratorní vztahné soustavě se události odehrávají $2\Gamma^2$ krát rychleji [Pawan Kumar, 2015], tedy závislost času t odměřeného pozorovatelem v laboratorní vztahné soustavě na vzdálenosti rázové vlny od středu exploze a Lorentzově faktoru lze najít jako

$$t \sim \frac{R}{2\Gamma^2 c} \propto R^4 \propto \Gamma^{-8/3}, \quad (51)$$

přičemž využijeme vztahu (50). Obráceně platí závislosti

$$R \propto t^{1/4} \quad \text{a} \quad \Gamma \propto t^{-3/8}. \quad (52)$$

Podobně pro profil hustoty daný mocninnou závislostí (46), konkrétně pro $k < 3$. Zákon zachování energie (47) se dostane do tvaru

$$E = \int 4\pi R^2 mc^2 \Gamma^2 \rho_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-k} dr = konst \Rightarrow R^{3-k} \Gamma^2 = konst, \quad (53)$$

pro závislost času t odměřeného pozorovatelem v laboratorní vztahné soustavě pak dostáváme s pomocí rovnice (53)

$$t \sim \frac{R}{2\Gamma^2 c} \propto R\Gamma^{-2} \propto R^{4-k} \quad \text{a} \quad t \propto \Gamma^{2/(k-3)} \cdot \Gamma^{-2} \propto \Gamma^{(8-2k)/(k-3)}, \quad (54)$$

odkud dostaneme obráceně závislosti parametrů na čase t jako

$$R \propto t^{1/(4-k)} \quad \text{a} \quad \Gamma \propto t^{(k-3)/(8-2k)}, \quad (55)$$

vztah můžeme použít i pro $k = 0$, dostaneme závislosti (52). Dosazením za $k = 2$ získáme závislosti pro prostředí vyplněné částicemi hvězdného větru o konstantní rychlosti w .

8.6 ad Spektrum dosvitu

Hodnoty jednotlivých frekvencí najdeme dosazením odpovídajících Lorentzových faktorů do rovnice (24). Pro velikost minimální hodnoty Lorentzova faktoru elektronů platí vztah

$$\gamma_m = g(p)\epsilon_e(\Gamma - 1)\frac{m_p \rho_p}{m_e \rho_e}, \quad (56)$$

kde Γ je Lorentzův faktor rázové vlny, ϵ_e zlomek hustoty energie, která je předána právě elektronům, ρ_p a ρ_e jsou objemové hustoty protonů, resp. elektronů, a $g(p)$ je parametr, který popisuje mocninné rozložení gama faktorů elektronů. Frekvence chladnutí lze vyjádřit jako (Kapitola 8.2)

$$\gamma_c = \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T t B^2 (1 + Y)}, \quad (57)$$

kde $Y = u_{syn}/u_B$ je parametr, který je vyjádřen podílem hustoty energie synchrotronních fotonů u_{syn} a hustoty magnetické energie $u_B = B^2/(8\pi)$. Ze závislosti Γ na čase můžeme odvodit závislost jednotlivých zlomových frekvencí na čase. Protože $\Gamma \propto t^{-3/8}$, je i $B' \propto t^{-3/8}$ a $\gamma_m \propto \Gamma \propto t^{-3/8}$, musí $\nu_m \propto B'\gamma_m \Gamma \propto \Gamma^4 \propto t^{-3/2}$. Podobné úvahy lze provádět i pro další frekvence i pro různé profily hustoty v okolním prostředí. Přesné analytické vyjádření zlomových frekvencí nabízí [Piran, 2005] a především [Gao et al., 2013].

Pro maximální hodnotu specifického toku platí vztah [Pawan Kumar, 2015]

$$f_{\nu, max} = \Gamma(1 + z)\frac{L'_{\nu}}{4\pi D_L^2} \approx \Gamma(1 + z)\frac{N_{tot}P'_{\nu, max}}{4\pi D_L^2}, \quad (58)$$

kde L'_{ν} je zářivý výkon v soustavě spojené s rázovou vlnou, N_{tot} celkový počet elektronů, které přispívají k záření o frekvenci ν , z rudý posuv;

$$P'_{\nu, max} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B'}{m_e c^2}, \quad (59)$$

což vyjadřuje největší specifický výkon jednoho elektronu na odpovídající frekvenci ν_{max} , konečně D_L definujeme jako

$$D_L = (1 + z)\frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1 + z')^3 + \Omega_\Lambda}} dz', \quad (60)$$

což je *Luminosity distance*, kterou si můžeme představit jako vzdálenost definovanou rudým posuvem přicházejícího záření. Tu popisuje Hubbleova konstanta H_0 a parametry hustoty hmoty a temné energie Ω_m, Ω_Λ . Z rovnice (58) vidíme, že $f_{\nu, max} \propto N_{tot}B'\Gamma \propto R^3\Gamma^2$. To odpovídá energii adiabatické rázové vlny šířící se prostředím s konstantní hustotou (viz (49)). Hodnota specifického toku je tak úplně nezávislá na čase. Pokud budeme uvažovat o prostředí hvězdného větru s konstantní rychlostí w , tedy $N_{tot} \propto R^3/R^2 \propto R$, platí $f_{\nu, max} \propto N_{tot}B'\Gamma \propto R\Gamma^2 \propto \Gamma^2 \propto t^{-1/2}$. Pokud dáme všechno dohromady, sledujeme specifický tok záření pro $\nu > \max(\nu_m, \nu_c)$, lze pro specifický tok o libovolné frekvenci ν psát [Kumar, 2000]

$$f_\nu \propto E^{(p+2)/4} \epsilon_e^{(p-1)} \epsilon_B^{(p-2)/4} t^{-(3p-2)/4} \nu^{-p/2}. \quad (61)$$

Tato rovnice je zcela nezávislá na rozvrstvení látky v okolním prostoru a velmi spolehlivě popisuje chování spektra na frekvencích $\nu > 10^2$ MeV [Kumar, 2000; Pawan Kumar, 2015]. Spektrum synchrotronní emise velmi dobře popisuje pozorovaná spektra v časech $t > 10$ h napříč celým spektrem, zároveň spolehlivě uspokojuje pozorování na GeV frekvencích v prvních sekundách pozorování [Pawan Kumar, 2015].

8.7 ad Metoda nejmenších čtverců

Pro jednoduchost nejprve uvažujme o hledání optimální lineární funkce, která popisuje např. závislost dráhy rovnoměrného přímočarého pohybu na čase. Taková závislost lze popsat pomocí lineární funkce ve tvaru

$$f(x) = ax + b \quad (62)$$

Mějme soubor naměřených dat o n dvojicích

$$\{(x_i; y_i); i \in \mathbb{N}, i \leq n\}, \quad (63)$$

v průběhu optimalizace se snažíme dosáhnout co nejmenších hodnot v souboru

$$\{y_i - (ax_i + b); i \in \mathbb{N}, i \leq n\}, \quad (64)$$

k popisu kvality fitu proto definujeme chybu fitu E jako

$$E(x, a, b) := \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2, \quad (65)$$

umocňujeme ze stejných důvodů jako u rozptylu - ke zveličení závažnosti velkých odchylek [Miller, 2006]. Nyní hledáme minima složek funkce E , z předpisu je zřejmé, že se jedná o sumy kvadratických funkcí, které nabývají pouze kladných hodnot. Takové funkce má pouze jediný extrém - minimum. Tu najdeme pomocí diferenciálního počtu a řešením soustavy rovnic [Miller, 2006; Abdi et al., 2007]

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a} &= \sum_{i=1}^n 2(y_i - (ax_i + b)) \cdot (-x_i) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b} &= \sum_{i=1}^n 2(y_i - (ax_i + b)) \cdot (-1) = 0. \end{aligned} \quad (66)$$

Soustavu můžeme upravit vydělením (-2) a rozdělením závorky do tvaru [Miller, 2006; Abdi et al., 2007]

$$\begin{aligned} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n 1 &= \sum_{i=1}^n y_i, \end{aligned} \quad (67)$$

tato soustava lze zapsat jako maticová rovnice

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix}, \quad (68)$$

což upravíme na

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix}. \quad (69)$$

Nyní využijeme vlastnosti matice 2×2 k výpočtu inverzní matice [Miller, 2006]

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det M} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n 1 & -\sum_{i=1}^n x_i \\ -\sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix}, \quad (70)$$

nejdříve však musíme najít determinant původní matice M , s pomocí vztahu (3) a (6)

$$\begin{aligned} \det M &= \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n 1 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (n\bar{x})^2 = n^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \right) = \\ &= n^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = n^2 S_x = n^2 \sigma_x^2. \end{aligned} \quad (71)$$

Dále dosadíme do rovnice (70) a upravíme

$$M^{-1} = \frac{1}{n^2\sigma_x^2} \begin{pmatrix} n & -n\bar{x} \\ -n\bar{x} & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix}, \quad (72)$$

nyní už můžeme dosadit do rovnice (69) a vyjádřit hodnoty a a b

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{1}{n^2\sigma_x^2} \begin{pmatrix} n & -n\bar{x} \\ -n\bar{x} & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix} \quad (73)$$

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \sum_{i=1}^n y_i}{n^2\sigma_x^2} \quad (74)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - n\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n^2\sigma_x^2} \quad (75)$$

Podobný postup lze aplikovat i na složitější funkce než lineární. Uvažujme obecnou funkci $\phi(x)$ s m parametry p_k , která by měla popisovat nějaký soubor dat daný vztahem (63). Pak se rovnice popisující kvalitu fitu E změní na

$$E(x, p_1, \dots, p_m) := \sum_{i=1}^n (y_i - \phi(x))^2, \quad (76)$$

podobně se změní i soustava rovnic sloužících k nalezení extrému (66)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial p_1} &= \sum_{i=1}^n 2(y_i - \phi(x)) \cdot \frac{\partial \phi(x_i)}{\partial p_1} = 0 \\ &\vdots = \vdots \\ \frac{\partial E}{\partial p_m} &= \sum_{i=1}^n 2(y_i - \phi(x)) \cdot \frac{\partial \phi(x_i)}{\partial p_m} = 0, \end{aligned} \quad (77)$$

kterou můžeme ještě upravit na

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial \phi(x)}{\partial p_1} &= \sum_{i=1}^n \phi(x) \frac{\partial \phi(x_i)}{\partial p_1} \\ &\vdots = \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial \phi(x)}{\partial p_m} &= \sum_{i=1}^n \phi(x) \frac{\partial \phi(x_i)}{\partial p_m}. \end{aligned} \quad (78)$$

Po dosazení konkrétní funkce $\phi(x)$ z tohoto stavu půjde sestavit rovnice v podobě (67), kterou lze přepsat do maticového tvaru. Pro složité funkce ale nelze aplikovat na metody lineární algebry k dosažení analytického vyjádření parametrů. Vzhledem ke složitosti námi použitého modelu (Kapitola 4.4) by bylo nalezení analytických předpisů extrémně náročné nebo nemožné. Výpočetní technika proto využívá zadané počáteční podmínky a soustavu rovnic (77) řeší numericky pomocí iterací.

8.8 Získání chyb optimalizace

Žádné výsledky fyzikálního měření nejsou uspokojivé, pokud neznáme jejich nejistotu. Výstupem iterativního procesu jsou optimalizované hodnoty parametrů a Jacobiho matice v řešení, ze které odvodíme standardní odchylky jednotlivých parametrů.

Gradient Uvažujme funkci $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tato funkce libovolnému vektoru, například polohovému, přiřazuje nějakou číselnou hodnotu. Nejjednodušší příklad je poloha (x, y, z) a nadmořská výška h . Gradient je vektor, který má v každém bodě směr největší a velikost největší změny, tedy v případě nadmořské výšky by měl směřovat kolmo na vrstevnice. Jeho jednotlivé složky jsou parciální derivace f podle jejích složek. Matematicky zapsáno

$$\nabla f := \frac{df}{d\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (79)$$

Jacobiho matice Zobecněním gradientu na funkci $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ vzniká Jacobiho matice

$$\mathbf{J}_f := \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad (80)$$

pro $m = 1$ si lze povšimnout podobnosti s gradientem

$$\mathbf{J}_f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \nabla^T f \quad (81)$$

Hessova matice Necht f je funkce $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, pak Jacobiho matici jejího gradientu označíme jako Hessovu matici

$$\mathbf{H}_f := \mathbf{J}(\nabla f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}. \quad (82)$$

Uvažujme o Hessově matici v souvislosti s hledáním ideální funkce $\phi(x)$, která nejlépe popisuje soubor dat (63), kde θ je vektor parametrů. Podle [Gratton et al., 2007; Chen, 2011] platí pro gradient a Hessovu matici chyby fitu parametrů E daného rovnicí (76)

$$\nabla E(x, \theta) = \mathbf{J}_f^T \phi(x) \quad (83)$$

$$\mathbf{H}_E = \mathbf{J}_f^T \mathbf{J}_f + Q(x), \quad (84)$$

kde $Q(x)$ označuje členy druhého řádu Taylorova rozvoje, které v Gauss-Newtonově aproximaci zanedbáme. Můžeme proto pro Hessovu matici chyb parametrů E psát

$$\mathbf{H}_E = \mathbf{J}_f^T \mathbf{J}_f \quad (85)$$

Souvislost Hessovy, Fischerovy a kovarianční matice Vyjdeme z rovnosti uvedené v [Barshan et al., 2020; Gejadze et al., 2018], tedy

$$\mathbf{H}_E = F_E, \quad (86)$$

kde F_E je Fischerova informační matice. Z [Towers, 2015; Pumplin et al., 2001] pak využijeme vztah mezi kovarianční a Fischerovou maticí

$$\text{var}(E) = F_E^{-1} = \mathbf{H}_E^{-1}, \quad (87)$$

Nyní stačí odmocnit hodnoty na diagonále kovarianční matice a získáme hodnoty odchylek fitovaných parametrů [Towers, 2015].

Seznam obrázků

1	Umělecká představa gama záblesku. Kredit: NASA - HST.	7
2	Schématický obrázek popisující jevy provázející záblesk. Převzato z [Piron, 2016] . . .	8
3	Rozložení času T_{90} záblesků pozorovaných družicí FERMI. Vykreslené křivky popisují bimodální rozložení. Převzato z [Tarnopolski, 2015]	9
4	Bandova funkce popisující spektrum gama emise záblesku GRB110721A. Převzato z Lu et al. [2012]	11
5	Ukázka světelných křivek vlastní emise v oboru gama z přístroje BATSE. Převzato z [Ripa, 2011]	12
6	Kanonická světelná křivka rentgenového dosvitu. Převzato z Zhang et al. [2006]	13
7	Rozložení pozorovaných gama záblesků na obloze Kredit: NASA/Marshall Space Flight Center/Space Sciences Laboratory	16
8	Metoda nejmenších čtverců se snaží numericky najít takovou funkci, která minimalizuje součet ploch všech růžových čtverců. Kredit: Maple soft	19
9	Srovnání modelů určování velikosti chyby fitu, modře standardní nejmenší čtverce, červeně delinearizovaný model použitý v naší práci.	19
10	Ukázka funkcí h s různými parametry G , černě je vykreslena funkce a	20
11	Světelné křivky v oboru gama naměřené přístrojem BAT na palubě družice SWIFT. Převzato z swi [2021]	25
12	Světelná křivka v optickém oboru spektra. Barevně odlišeny jsou jednotlivé filtry, tečkovaná závislost odpovídá nalezenému fitu.	26
13	Závislost velikosti modifikované chyby optické světelné křivky v čase. Rozměrem chyb jsou sice magnitudy, ale velikostem magnitud neodpovídají kvůli delinearizaci.	27
14	Světelná křivka rentgenového dosvitu. Uměle posunutá o Δm_0	27
15	Rozložení modifikovaných chyb v čase. Rozměrem chyb jsou sice magnitudy, ale velikostem magnitud neodpovídají kvůli delinearizaci.	28
16	Závislost jasnosti na frekvenci v čase $t = 200$ s. Zelené body vyjadřují reprezentativní data vytvořena modelem, kterými byla proložena křivka. Body na frekvenci 400 THz byly pořízeny bez filtru, a proto se do fitu nezahrnují.	29
17	Závislost jasnosti na frekvenci v čase $t = 200$ s a $t = 5000$ s.	29
18	Světelná křivka v optickém a rentgenovém oboru. Data z družice SWIFT jsou posunuta uměle o Δm_0	30
19	Závislost koeficientu β na čase.	31
20	Chování jetu se snižujícím se Lorentzovým faktorem γ . Na obrázku je vyznačen bod, ve kterém dochází k tzv. <i>jet breaku</i> . Převzato z [Ripa, 2011]	33
21	Popis synchrotronních spekter se zlomovými frekvencemi. Převzato z [Piran et al., 1998]	35

Seznam tabulek

1	Shrnutí základních informací o záblesku	24
2	Absorpce a galaktická extinkce v použitých filtrech	25
3	Shrnutí parametrů optické světelné křivky nalezených optimalizačním procesem.	26
4	Shrnutí parametrů rentgenové světelné křivky nalezených optimalizačním procesem.	26
5	Nalezený spektrální index β	28
6	Výsledky optimalizačního procesu širokopásmého spektra.	28
7	Tabulka pozorování z cirkulářů GCN	50

Reference

- SWIFT BAT spectra summary, 2021. Dostupné z: <https://www.swift.ac.uk/xrt_spectra/01035994/>.
- ABBOTT, B. P. et al. Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: GW170817 and GRB 170817A. The Astrophysical Journal Letters. 2017, 848, 2, s. L13.
- ABDI, H. et al. The method of least squares. Encyclopedia of measurement and statistics. 2007, 1, s. 530–532.
- BAND, D. et al. BATSE observations of gamma-ray burst spectra. I-Spectral diversity. The Astrophysical Journal. 1993, 413, s. 281–292.
- BARSHAN, E. – BRUNET, M.-E. – DZIUGAITE, G. K. Relatif: Identifying explanatory training samples via relative influence. In International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, s. 1899–1909. PMLR, 2020.
- BERGER, E. Short-duration gamma-ray bursts. Annual review of Astronomy and Astrophysics. 2014, 52, s. 43–105.
- BERTOUI, X. – ALLARD, D. Detection of GRB with water Cherenkov detectors. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2005, 553, 1-2, s. 299–303.
- BLANDFORD, R. – MCKEE, C. Fluid dynamics of relativistic blast waves. The physics of Fluids. 1976, 19, 8, s. 1130–1138.
- BOŠNJAK, Ž. et al. The spectral catalogue of INTEGRAL gamma-ray bursts-Results of the joint IBIS/SPI spectral analysis. Astronomy & Astrophysics. 2014, 561, s. A25.
- BRANCH, D. – TAMMANN, G. Type Ia supernovae as standard candles. Annual review of astronomy and astrophysics. 1992, 30, 1, s. 359–389.
- BRIGGS, M. S. et al. BATSE observations of the large-scale isotropy of gamma-ray bursts. arXiv preprint astro-ph/9509078. 1995.
- BURLON, D. et al. Time resolved spectral behavior of bright BATSE precursors. Astronomy & Astrophysics. 2009, 505, 2, s. 569–575.
- BURROWS, D. N. et al. The Swift X-ray telescope. Space science reviews. 2005, 120, s. 165–195.
- CHEN, P. Hessian matrix vs. Gauss–Newton hessian matrix. SIAM Journal on Numerical Analysis. 2011, 49, 4, s. 1417–1435.
- CHINCARINI, G. et al. Unveiling the origin of X-ray flares in gamma-ray bursts. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2010, 406, 4, s. 2113–2148.
- DAIGNE, F. – MOCHKOVITCH, R. Gamma-ray bursts from internal shocks in a relativistic wind: temporal and spectral properties. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1998, 296, 2, s. 275–286.
- D’Elia, V. et al. GRB 210306A: Swift-XRT refined Analysis. GRB Coordinates Network. March 2021, 29622, s. 1.
- FRAIL, D. et al. The radio afterglow from the γ -ray burst of 8 May 1997. Nature. 1997, 389, 6648, s. 261–263.
- GALAMA, T. et al. On the possible association of SN 1998bw and GRB 980425. Astronomy and Astrophysics Supplement Series. 1999, 138, 3, s. 465–466.

- GAO, H. et al. A complete reference of the analytical synchrotron external shock models of gamma-ray bursts. New Astronomy Reviews. 2013, 57, 6, s. 141–190.
- GEHRELS, N. – MÉSZÁROS, P. Gamma-ray bursts. Science. 2012, 337, 6097, s. 932–936.
- GEJADZE, I. Y. – SHUTYAEV, V. P. – LE DIMET, F.-X. Hessian-based covariance approximations in variational data assimilation. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018, 33, 1, s. 25–39.
- GENDRE, B. et al. The TAROT archive: rising afterglows. In AIP Conference Proceedings, 1133, s. 175–180. American Institute of Physics, 2009.
- GEZARI, S. Tidal disruption events. Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 2021, 59, s. 21–58.
- GHIRLANDA, G. et al. Gamma-ray bursts: new rulers to measure the universe. The Astrophysical Journal. 2004, 613, 1, s. L13.
- GHISELLINI, G. Radiative processes in high energy astrophysics. 873. Springer, 2013.
- GRATTON, S. – LAWLESS, A. S. – NICHOLS, N. K. Approximate Gauss–Newton methods for nonlinear least squares problems. SIAM Journal on Optimization. 2007, 18, 1, s. 106–132.
- HENTUNEN, V.-P. GCN Circular 29603, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- HORVÁTH, I. et al. Detailed classification of Swift’s gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 2010, 713, 1, s. 552.
- JAPELJ, J. et al. Phenomenology of reverse-shock emission in the optical afterglows of gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 2014, 785, 2, s. 84.
- KLOSE, S. GCN Circular 29604, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- KLOTZ, A. et al. Early re-brightening of the afterglow of GRB 050525a. Astronomy & Astrophysics. 2005, 439, 3, s. L35–L38.
- KOSHUT, T. M. et al. Gamma-ray burst precursor activity as observed with BATSE. The Astrophysical Journal. 1995, 452, s. 145.
- KOUVELIOTOU, C. et al. Identification of two classes of gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 1993, 413, s. L101–L104.
- KUMAR, H. GCN Circular 29657, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- KUMAR, P. The distribution of burst energy and shock parameters for gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 2000, 538, 2, s. L125.
- LI, L. – MAO, J. Temporal Analysis of GRB Precursors in the Third Swift-BAT Catalog. The Astrophysical Journal. 2022, 928, 2, s. 152.
- LIPUNOV, V. et al. The discovery of the neutron stars merger GW170817/GRB170817A and a binary stars evolution. New Astronomy. 2018, 63, s. 48–60.
- LU, R.-J. – LIANG, E. – WU, X. GRB 110721A: Photosphere "death line" and the physical origin of the GRB Band function. The Astrophysical Journal Letters. 08 2012, 758. doi: 10.1088/2041-8205/758/2/L34.

- MACFADYEN, A. – WOOSLEY, S. Collapsars: Gamma-ray bursts and explosions in “failed supernovae”. The Astrophysical Journal. 1999, 524, 1, s. 262.
- MAZZALI, P. A. et al. The type Ic hypernova SN 2003dh/GRB 030329. The Astrophysical Journal. 2003, 599, 2, s. L95.
- MEEGAN, C. et al. The Fermi gamma-ray burst monitor. The Astrophysical Journal. 2009, 702, 1, s. 791.
- MÉSZÁROS, A. The diversity of GRBs statistically (is there a third group? physical meaning? relation to XRFs?). In The multi-messenger astronomy: gamma-ray bursts, search for electromagnetic counterparts to neutrino events and gravitational waves, s. 145–147, 2019.
- MÉSZÁROS, P. Gamma-ray Burst Models: General Requirements and Predictions. Annals of the New York Academy of Sciences. 1995, 759, 1, s. 440–445.
- MÉSZÁROS, P. – REES, M. J. Optical and long-wavelength afterglow from gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 1997, 476, 1, s. 232.
- MÉSZÁROS, P. – REES, M. J. GRB 990123: reverse and internal shock flashes and late afterglow behaviour. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1999, 306, 3, s. L39–L43.
- MESZAROS, P. – REES, M. J. Steep slopes and preferred breaks in gamma-ray burst spectra: the role of photospheres and comptonization. The Astrophysical Journal. 2000, 530, 1, s. 292.
- MILLER, S. J. The method of least squares. Mathematics Department Brown University. 2006, 8, s. 1–7.
- NAVE, R. Larmor Frequency. Dostupné z: <<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Nuclear/larmor.html>>.
- NOUSEK, J. et al. Evidence for a canonical gamma-ray burst afterglow light curve in the Swift XRT data. The Astrophysical Journal. 2006, 642, 1, s. 389.
- Oke, J. B. Absolute Spectral Energy Distributions for White Dwarfs. . February 1974, 27, s. 21. doi: 10.1086/190287.
- O’BRIEN, P. T. et al. The early X-ray emission from GRBs. The Astrophysical Journal. 2006, 647, 2, s. 1213.
- PACZYNSKI, B. Gamma-ray bursters at cosmological distances. The Astrophysical Journal. 1986, 308, s. L43–L46.
- PACZYNSKI, B. Gamma-ray burst-supernova relation. arXiv preprint astro-ph/9909048. 1999.
- PANCHAL, D. GCN Circular 29618, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- PARADIJS, J. V. – KOUVELIOTOU, C. – WIJERS, R. A. Gamma-ray burst afterglows. Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 2000, 38, 1, s. 379–425.
- PAWAN KUMAR, B. Z. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets. Physics Reports. 2015, 561, s. 1–109. ISSN 0370-1573. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.09.008>. Dostupné z: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157314003846>>. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets.
- PE’ER, A. – WAXMAN, E. Prompt gamma-ray burst spectra: detailed calculations and the effect of pair production. The Astrophysical Journal. 2004, 613, 1, s. 448.
- PIRAN, T. Gamma-ray bursts and the fireball model. Physics Reports. 1999, 314, 6, s. 575–667.

- PIRAN, T. The physics of gamma-ray bursts. Reviews of Modern Physics. 2005, 76, 4, s. 1143.
- PIRAN, T. – NARAYAN, R. et al. Spectra and light curves of gamma-ray burst afterglows. The Astrophysical Journal. 1998, 497, 1, s. L17.
- PIRAN, T. et al. Hydrodynamic timescales and temporal structure of gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 1995, 455, 2, s. L143.
- PIRON, F. Gamma-ray bursts at high and very high energies. Comptes Rendus Physique. 2016, 17, 6, s. 617–631. ISSN 1631-0705. doi: <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2016.04.005>. Dostupné z: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070516300251>>. Gamma-ray astronomy / Astronomie des rayons gamma - Volume 2.
- POZANENKO, A. GCN Circular 29620, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- PUMPLIN, J. – STUMP, D. – TUNG, W. Multivariate fitting and the error matrix in global analysis of data. Physical Review D. 2001, 65, 1, s. 014011.
- REES, M. – MÉSZÁROS, P. Relativistic fireballs: energy conversion and time-scales. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1992, 258, 1, s. 41P–43P.
- RIEGER, F. HIGH ENERGY ASTROPHYSICS- Lecture 4, 2018. Dostupné z: <<https://www.mpi-hd.mpg.de/personalhomes/frieger/HEA4.pdf>>.
- RIPA, J. Statistical Analysis of the Observable Data of Gamma-Ray Bursts. PhD thesis, Charles university, Prague, 05 2011.
- ROMANOV, F. D. GCN Circular 29599, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- ROSSWOG, S. The multi-messenger picture of compact binary mergers. International Journal of Modern Physics D. 2015, 24, 05, s. 1530012.
- Sari, R. – Piran, T. – Narayan, R. Spectra and Light Curves of Gamma-Ray Burst Afterglows. . April 1998, 497, 1, s. L17–L20. doi: 10.1086/311269.
- SAVAGLIO, S. – GLAZEBROOK, K. – LE BORGNE, D. The galaxy population hosting gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 2009, 691, 1, s. 182.
- STRAUSBAUGH, R. GCN Circular 29600, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- TARNOPOLSKI, M. Analysis of Fermi gamma-ray burst duration distribution. Astronomy & Astrophysics. 2015, 581, s. A29.
- THOMPSON, C. Nature of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars. Arxiv preprint astro-ph/0110679. 2001.
- TOWERS, S. Maximum Likelihood Estimation (MLE) Introduction, 2015. Dostupné z: <http://www.sherrytowers.com/mle_introduction.pdf>.
- UHM, Z. L. – BELOBORODOV, A. M. On the mechanism of gamma-ray burst afterglows. The Astrophysical Journal. 2007, 665, 2, s. L93.
- VALENCIC, L. A. – CLAYTON, G. C. – GORDON, K. D. Ultraviolet extinction properties in the Milky Way. The Astrophysical Journal. 2004, 616, 2, s. 912.
- VAN PARADIJS, J. et al. Transient optical emission from the error box of the γ -ray burst of 28 February 1997. Nature. 1997, 386, 6626, s. 686–689.

- VERES, P. et al. A distinct peak-flux distribution of the third class of gamma-ray bursts: a possible signature of X-ray flashes? The Astrophysical Journal. 2010, 725, 2, s. 1955.
- VERNETTO, S. Detection of gamma-ray bursts in the 1 GeV–1 TeV energy range by ground-based experiments. Astroparticle physics. 2000, 13, 1, s. 75–86.
- WATSON, A. M. GCN Circular 29598, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.
- WEISSTEIN, E. W. Thomson Cross Section, 2007. Dostupné z: <<https://scienceworld.wolfram.com/physics/ThomsonCrossSection.html>>.
- WHITTET, D. C. Dust in the galactic environment. CRC press, 2018.
- WOOSLEY, S. – BLOOM, J. The supernova–gamma-ray burst connection. Annu. Rev. Astron. Astrophys. 2006, 44, s. 507–556.
- ZHANG, B. et al. Physical processes shaping gamma-ray burst X-ray afterglow light curves: theoretical implications from the Swift X-ray telescope observations. The Astrophysical Journal. 2006, 642, 1, s. 354.
- ZHU, Z. GCN Circular 29607, 2021. Dostupné z: <<https://gcn.gsfc.nasa.gov/other/210306A.gcn3>>.

9 Přílohy

Čas po detekci [s]	m [mag]	Δm [mag]	Filtr	Zdroj
840	16,86	0,1	C	[Watson, 2021]
2100	17,40	0,02	R	[Klose, 2021]
3239	17,66	0,06	r'	[Romanov, 2021]
3240	17,60	0,09	R	[Klose, 2021]
3602	17,83	0,04	r'	[Romanov, 2021]
4272	17,94	0,08	C	[Hentunen, 2021]
4615	17,83	0,06	C	[Hentunen, 2021]
4967	17,99	0,07	C	[Hentunen, 2021]
7615	18,27	0,10	C	[Hentunen, 2021]
8093	18,30	0,09	C	[Hentunen, 2021]
8333	18,38	0,10	C	[Hentunen, 2021]
8677	18,49	0,10	C	[Hentunen, 2021]
11014	18,68	0,11	C	[Hentunen, 2021]
11049	19,07	0,02	R	[Strausbaugh, 2021]
11353	18,71	0,11	C	[Hentunen, 2021]
11571	18,05	0,03	I	[Strausbaugh, 2021]
12045	18,73	0,12	C	[Hentunen, 2021]
12416	18,77	0,12	C	[Hentunen, 2021]
12775	18,70	0,13	C	[Hentunen, 2021]
16424	19,19	0,19	C	[Hentunen, 2021]
16779	19,08	0,18	C	[Hentunen, 2021]
18237	19,19	0,21	C	[Hentunen, 2021]
19660	19,47	0,38	C	[Hentunen, 2021]
35280	20,31	0,13	R	[Panchal, 2021]
42993	20,55	0,05	R	[Pozanenko, 2021]
46440	20,73	0,05	r'	[Kumar, 2021]
47319	20,86	0,10	r'	[Zhu, 2021]

Tabulka 7: Tabulka pozorování z cirkulářů GCN