

# **STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST**

**Obor č. 2: Fyzika**

## **Separace skel propojených kapilárním mostem**

**David Wittek, Pavel Štěpánek**  
**Moravskoslezský kraj**

**Opava, 2017**

# STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

## Separace skel propojených kapilárním mostem Separation of Glasses Joined by Cappilary Bridge

**Autoři:** David Wittek, Pavel Štěpánek

**Škola:** Mendelovo gymnázium, Opava, příspěvková organizace, Komenského 5,  
74601 Opava

**Kraj:** Moravskoslezský kraj

Opava, 2017

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval/a samostatně a použil/a jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Opavě dne 27. 3. 2017 .....

David Wittek

V Opavě dne 27. 3. 2017 .....

Pavel Štěpánek

## **Anotace**

Je velice obtížné oddělit od sebe dvě skleněné desky, mezi kterými je tenká vrstva vody. Tento triviální poznatek vychází z fyziky denní zkušenosti. V rámci naší práce se budeme zabývat silou, kterou je potřeba vyvinout, aby bylo možné sklíčka oddělit odtahováním od sebe, a to po stránce teoretické i experimentální. Studujeme výhradně sílu působící kolmo k povrchu skel a problém řešíme převážně z pohledu hydrostatiky.

Pro velikost potřebné síly jsme vytvořili matematický model. Mezi klíčové parametry patří kontaktní úhel vody na skle, povrchové napětí, plocha a tloušťka vodní vrstvy. Pro ověření teoretických výsledků jsme vytvořili specifickou měřicí aparaturu a vytvořili velký vzorek experimentálních dat. Shoda teorie a experimentu se pohybuje kolem 80 %.

## **Klíčová slova**

kapilární most, kontaktní úhel, povrchové napětí, sklo, vodní vrstva, hydrostatika

## **Annotation**

It is extremely difficult to separate two glasses if there is a water layer between them. This trivial finding is connected with physics of daily experience. We study the force needed to separate the glasses by pulling both experimentally and theoretically. This studied force is perpendicular to the glasses. Our interest is in the field of hydrostatics.

We brought a mathematical model for the needed force. The key parameters are contact angle of water on glass, surface tension, area of the liquid and its height. For validation of our theoretical presumptions we built a well-controlled setup and made a big amount of experimental data. The correlation between the theory and the experiment is about 80 %.

## **Keywords**

cappillary bridge, contact angle, surface tension, glass, liquid film, hydrostatics

## Obsah

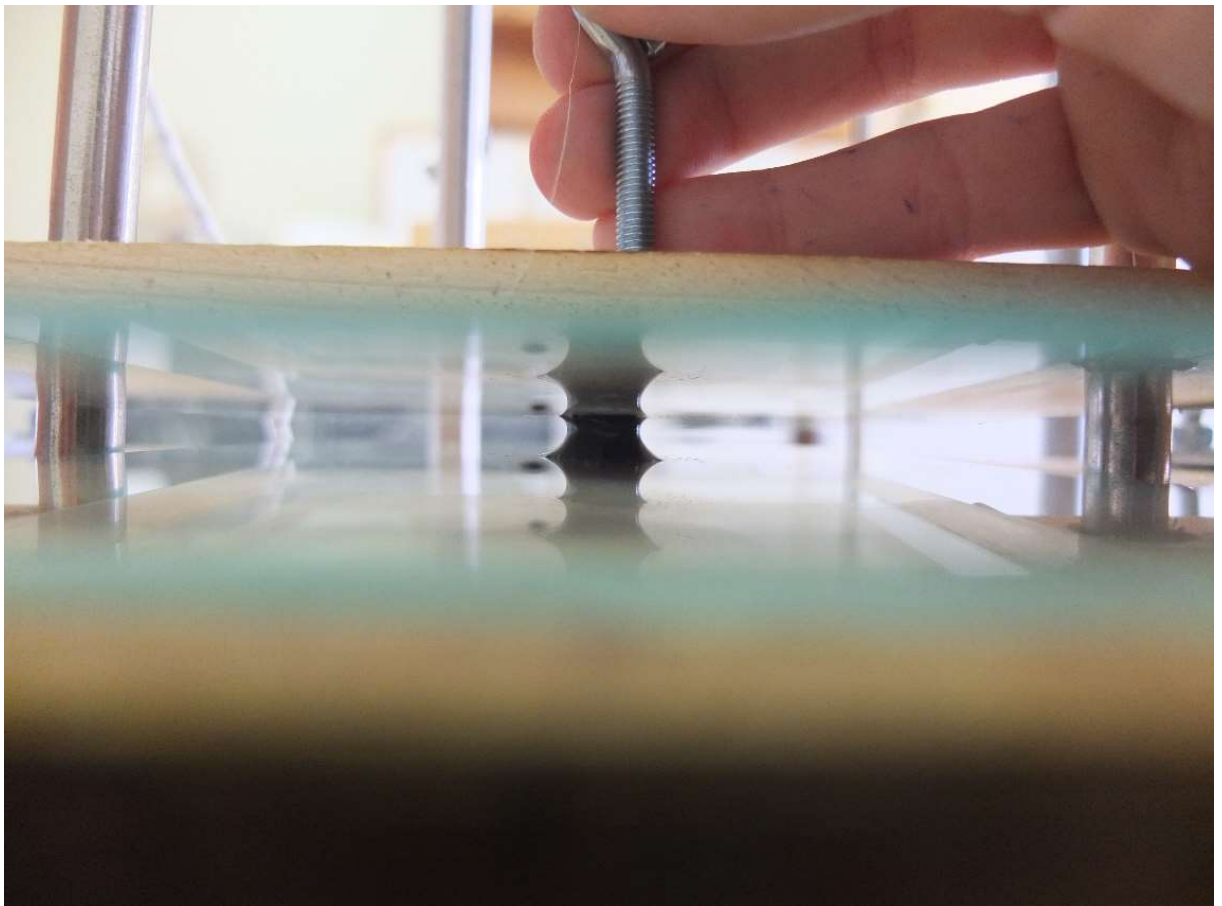
1	Úvod.....	6
2	Matematizace .....	7
2.1	Popis působících tlaků.....	7
2.2	Kapilární most a Young-Laplaceova rovnice .....	7
2.3	Finální rovnice .....	8
3	Experiment.....	9
3.1	Vlastní měření .....	9
3.1.1	Sklo .....	9
3.1.2	Motor .....	9
3.1.3	Kamera.....	10
3.1.4	Digitální váha.....	10
3.1.5	Siloměr.....	10
3.1.6	Senzor vzdálenosti .....	10
3.1.7	Software pro určení obsahu vodní vrstvy a analýzu dat.....	11
3.2	Určení povrchového napětí a kontaktního úhlu .....	12
4	Výsledky .....	13
4.1	Oddělení dvou skel.....	13
4.2	Naměřené hodnoty síly .....	15
4.3	Experimenty pro neelastický vlasec.....	18
5	Závěr .....	19
6	Použitá literatura .....	19

# 1 ÚVOD

V rámci naší práce se zabýváme silou, kterou je potřeba vyvinout, aby bylo možné dvě skleněné desky, mezi kterými je vrstva kapaliny, oddělit odtahováním od sebe. Studujeme výhradně sílu působící kolmo k povrchu skel.

Předmětem našeho zájmu je jasně definovaná fyzikální veličina, která se s tímto jevem pojí, sílu potřebnou k oddělení skel. Tato síla se bude patrně odvíjet od velikosti příslušných **adhezivních** sil (voda-sklo) a **kohezivních** sil působících v kapalině, výsledná síla je tedy spojená jak s adhezí, která ovlivňuje např. tzv. kontaktní úhel kapaliny, tak s kohezí, která determinuje povrchové napětí apod.

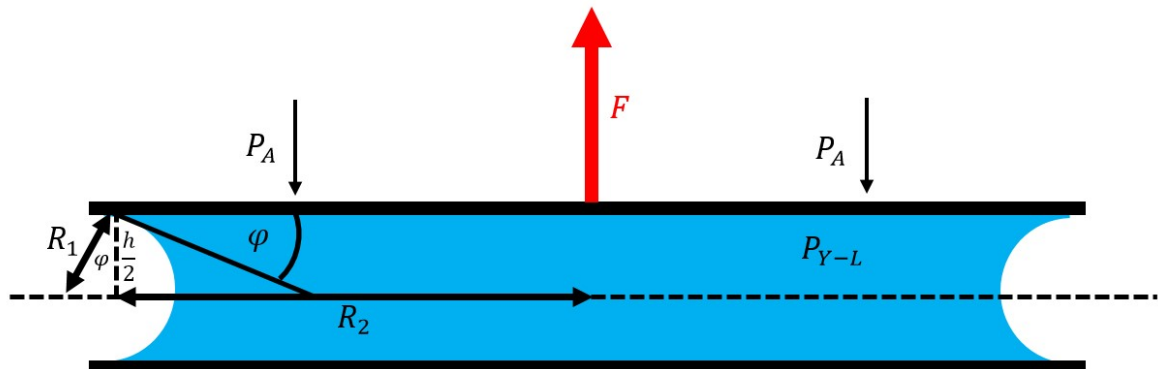
Doposud jsme se nesečkali s žádnou jinou prací, která by tento jev (i po experimentální stránce) důkladně studovala, domníváme se tedy, že přinášené výsledky jsou svým způsobem originální a popisují, bez extrémně složité matematizace, zajímavý fyzikální jev.



Obrázek 1 – kapilární most

## 2 MATEMATIZACE

### 2.1 Popis působících tlaků



Obrázek 2

Na obrázku č. 1 znázorňujeme situaci z hlediska působících tlaků. Na vrchní část horního sklíčka působí rovnoměrně atmosférický tlak  $P_A$ . Atmosférický tlak dále působí na spodní část horního sklíčka mimo kapalinu. Spodní část horního sklíčka je ale na určité ploše v kontaktu s kapalinou. V kapalině je vlivem povrchového napětí menší tlak (značeno  $P_{Y-L}$ ) oproti tlaku atmosférickému. Tlakový rozdíl  $P_A - P_{Y-L}$  je původcem síly, která je potřebná k oddělení sklíček.

### 2.2 Kapilární most a Young-Laplaceova rovnice

Vodní vrstvu mezi sklíčky můžeme považovat za tzv. kapilární most. Povrch kapaliny je vlivem povrchového napětí minimální, což je spojeno se zakřivením na fázovém rozhraní voda-vzduch. Tlakový rozdíl na tomto fázovém rozhraní popisuje Young-Laplaceova rovnice [4], kterou je možno zapsat v následujícím tvaru:

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

$\Delta p$  vyjadřuje tlakový rozdíl na rozhraní voda-vzduch,  $\gamma$  je povrchové napětí a součet  $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  popisuje celkové zakřivení rozhraní.

Není obtížné určit (odhadnout) hodnotu  $R_1$ , známe-li tloušťku vodní vrstvy  $h$  a kontaktní úhel vody na skle  $\varphi$ .

$$R_1 = \frac{\frac{h}{2}}{\cos \varphi} = \frac{h}{2 \cos \varphi} \quad (2)$$

V nejjednodušším případě, kdy má vrstva vody na sklíčku kruhový tvar, má  $R_2$  velikost  $-\frac{D}{2}$ , kde  $D$  je průměr vodní vrstvy. Znaménko minus vyjadřuje, že druhá složka křivosti  $\frac{1}{R_2}$  má ve skutečnosti „opačnou orientaci“ (Berg, 2009).

Uvažujeme-li, že tloušťka vodní vrstvy je velmi malá v porovnání s průměrem (velikostí) vodní vrstvy, můžeme druhou složku křivosti z výpočtů vyloučit (zanedbat), neboť hodnoty  $R_1$  a  $R_2$  jsou umocněny na minus prvou.

Kombinací vztahů (1) a (2) tedy vzniká

$$\Delta p = 2\gamma \frac{\cos \varphi}{h}. \quad (3)$$

Vynásobíme-li tlakový rozdíl (3) plochou vodní vrstvy  $S$ , získáme vztah pro sílu:

$$F = 2 S \gamma \frac{\cos \varphi}{h} \quad (4)$$

S ohledem na vlastní experiment, tloušťku  $h$  (řádově setiny milimetru) nejsme schopni uspokojivě měřit, vyjadřujeme ji tedy jako  $h = V/S$ , neboť objem  $V$  a plochu  $S$  můžeme určit s jistotou.

$$F = 2 S \gamma \frac{\cos \varphi}{\frac{V}{S}} \quad (5)$$

## 2.3 Finální rovnice

Po důkladném uvážení jsme se dále rozhodli vyjádřit rozměry kapky jediným parametrem, který definujeme jako  $\chi = \frac{S^2}{V}$  (vyplývá z rovnice (5)).

$$F = 2 \gamma \chi \cos \varphi \quad (6)$$



## 3 EXPERIMENT

### 3.1 Vlastní měření

Pro účely experimentování jsme vytvořili automatizovanou aparaturu, která obsahuje mechanismus pro zdvihnutí vrchního skla, digitální siloměr PASCO, senzor vzdálenosti PASCO pro měření polohy vrchního skla a kameru, která umožňuje vyhodnotit rozměry vodní vrstvy.



Obrázek 3



Obrázek 4



Obrázek 5

#### 3.1.1 Sklo

Během experimentu jsme používali výhradně dvě hladké skleněné desky o rozměrech přibližně 10 x 15 cm (obrázek 3, 4). Spodní skleněná deska byla pevně připevněna k aparatuře, druhá k jezdcí.

#### 3.1.2 Motor

Jezdcem se skleněnou deskou pohyboval silný elektromotor s nastavitelnou rychlostí. Motor byl spojen s jezdcem relativně elastickým nylonovým vláskem. Během jednotlivých měření síly potřebné k oddělení skel byl motor (není-li uvedeno jinak) nastaven



Obrázek 6

na nejnižší možné otáčky, dále díky elasticitě vlasce síla působící na sklíčka narůstala pozvolně, až nakonec způsobila jejich oddělení.

Tato poznámka je důležitá, neboť se vyhýbáme jevům spojeným s hydrodynamikou, které nejsou obsaženy ve vztahu pro potřebnou sílu.

### 3.1.3 Kamera

Pod spodním sklem aparatury byla umístěna kamera, která monitorovala velikost kapky. Data z kamery jsme vyhodnocovali ve vlastním programu napsaném v jazyce Python.

Přesnost této metody jsme testovali měřením obsahů geometrických útvarů o známých rozměrech a stanovili přesnost metody. Maximální odchylka by neměla překročit 5 %.

### 3.1.4 Digitální váha

Pro určení objemu vodní vrstvy jsme používali digitální váhu, za předpokladu, že hustota roztoků je velmi blízká 1 g/cm<sup>3</sup>. Váha měří s přesností na 0,01 g, uvažujeme tedy absolutní odchylku při určení hmotnosti (objemu) do 0,005 cm<sup>3</sup>.

Celková relativní chyba určení parametru  $\chi = S^2/V$  je tedy

$$\sigma_{\chi} = \sqrt{4 \cdot 0,05^2 + \left(\frac{0,005}{V}\right)^2} \quad (7)$$

Vodní vrstvu na skle jsme vytvářeli kapátkem, viz obrázek 4.

### 3.1.5 Siloměr

Pro měření síly jsme použili PASCO senzor PS-2104, v rámci měření jsme odečítali hodnoty na stupnici po 0,1 N, absolutní chyba pro určení síly by tedy neměla překročit 0,05 N.

### 3.1.6 Senzor vzdálenosti

Pro měření pozice horního sklíčka jsme použili příslušný PASCO senzor, který produkuje kontinuální data v čase, stejně jako siloměr. Vzdálenost je určena pomocí sonaru.

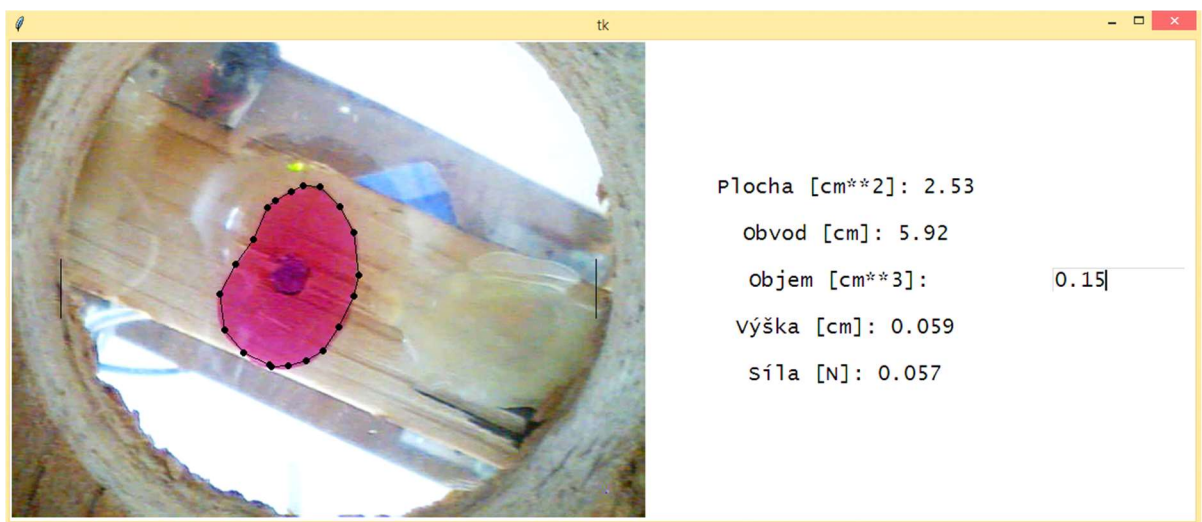
### 3.1.7 Software pro určení obsahu vodní vrstvy a analýzu dat

Pro určení obsahu vodní vrstvy jsme vytvořili program v jazyce Python 3, který v reálném čase snímá obraz z digitální kamery a umožňuje vypočítat obsah kapaliny.

Hraniční body jsou nastaveny uživatelem, použitý roztok je na snímku dobře rozlišitelný. Pro výpočet obsahu jsme implementovali Gaussův vzorec [3].

Během jednotlivých měření je zadáván objem zobrazené vodní vrstvy a na základě nastavených parametrů software automaticky předpovídá sílu potřebnou k oddělení skel, aby byla vyloučena případná hrubá systematická chyba.

Skutečná hodnota naměřené síly je poté spolu s informací o ploše a objemu kapaliny prostřednictvím programu uložena, což významně zrychluje experimentální práci a redukuje riziko případné hrubé chyby.



Obrázek 7 – okno programu

Měřením obsahů známých geometrických útvarů byla stanovena přesnost 5 %.

## 3.2 Určení povrchového napětí a kontaktního úhlu

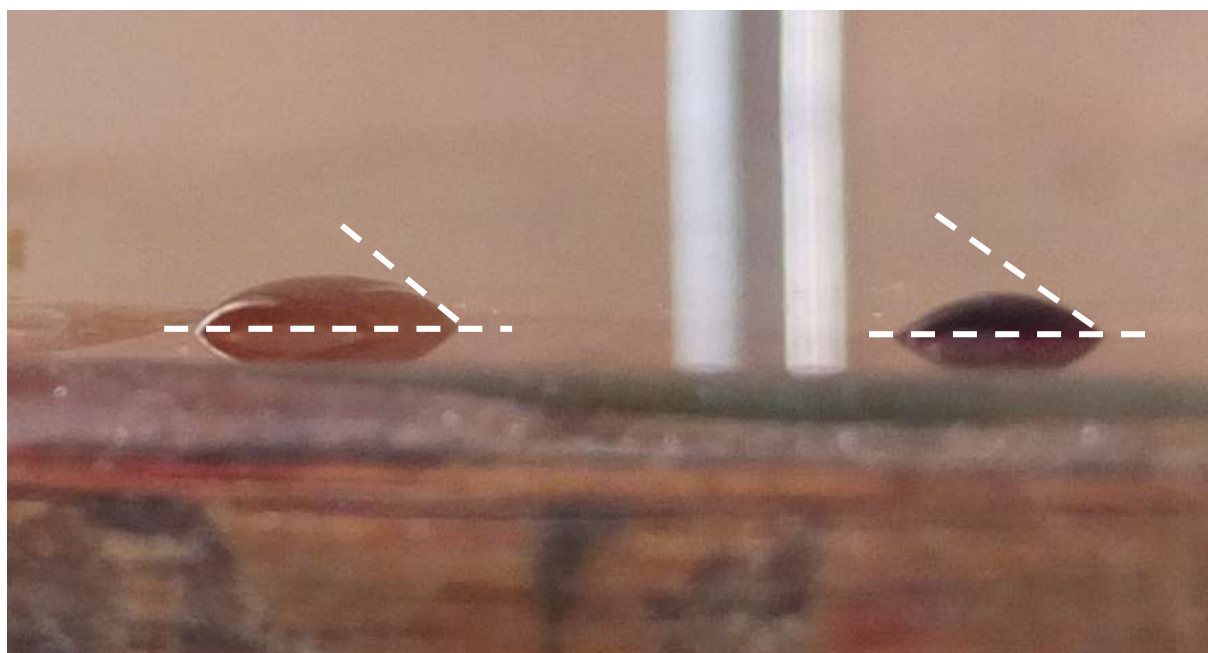
Pro jednotlivé experimenty jsme používali celkem čtyři vodné roztoky (manganistan draselný, chlorid sodný, jodid draselný, saponát). První roztok ( $\text{KMnO}_4$ ) byl používán pro tvorbu vodní vrstvy během většiny experimentů, význam aditiva spočívá v obarvení vody, které usnadnilo (umožnilo) určit obsah vodní vrstvy. Manganistan draselný nijak závažně neovlivňuje kontaktní úhel vody na skle, povrchové napětí ani viskozitu.

Roztoky dalších aditiv byly použity pro měření závislosti síly na velikosti povrchového napětí.

Povrchové napětí roztoků jsme měřili experimentálně stalagmometrickou metodou [2]. Kontaktní úhel roztoků jsme určili analýzou fotografií vodních kapek v programu Tracker (Yuehua & Lee, 2013).

Roztok	Koncentrace [ $\text{mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ ]	Hustota [ $\text{g} \cdot \text{cm}^3$ ]	Kontaktní úhel [ $^\circ$ ]	Povrchové napětí [ $\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$ ]
$\text{KMnO}_4$	$0,03 \pm 0,01$	$\approx 1$	$32,4 \pm 0,5$	$71,98 \pm 0,02$
$\text{NaCl}$	$6,09 \pm 0,01$	$1,4 \pm 0,01$	$47,5 \pm 0,5$	$146,16 \pm 0,01$
$\text{KI}$	$2,01 \pm 0,01$	$1,2 \pm 0,1$	$23,5 \pm 0,5$	$105,49 \pm 0,02$
saponát	* $0,02 \pm 0,01$	$\approx 1$	$24,8 \pm 0,5$	$29,41 \pm 0,02$

\*  $\text{g} \cdot \text{dm}^{-3}$

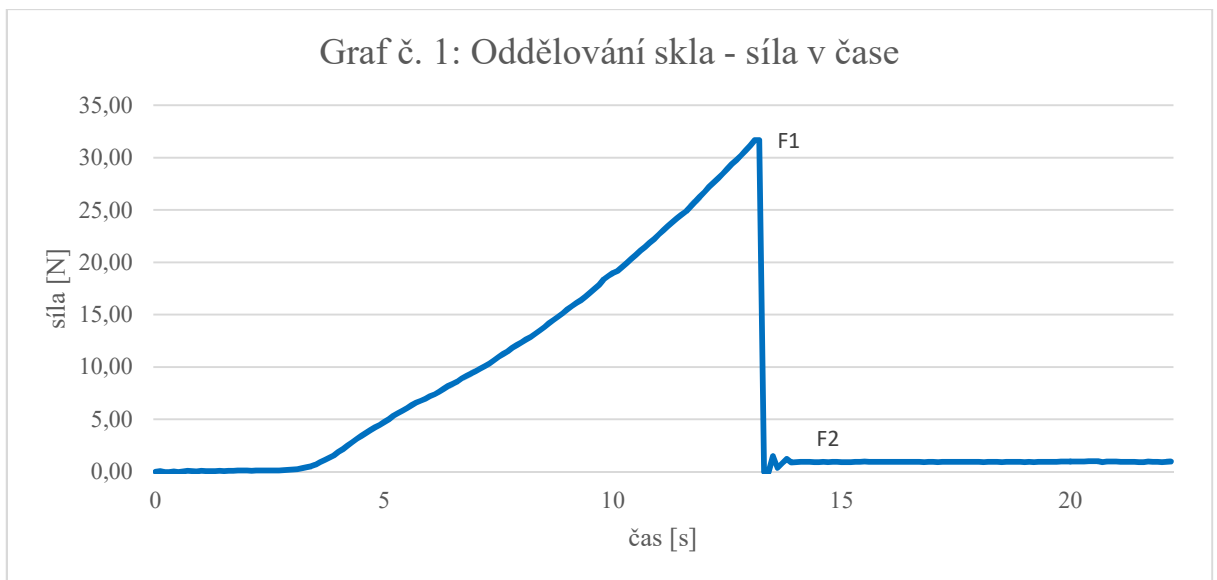


Obrázek 8 – kapky roztoků na skle pro určení kontaktního úhlu

## 4 VÝSLEDKY

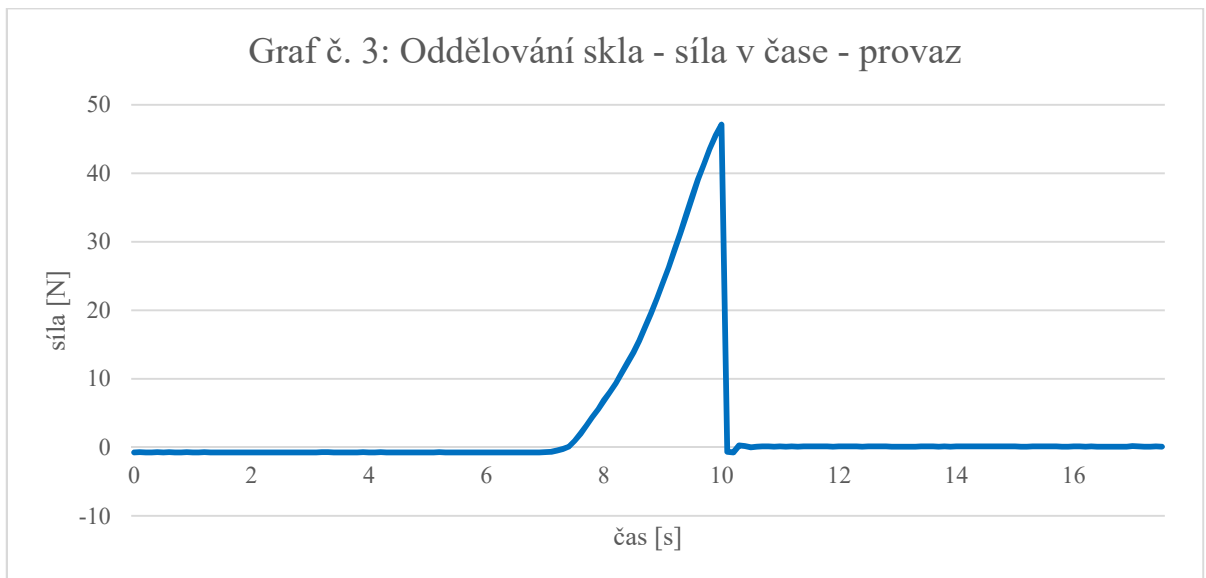
### 4.1 Oddělení dvou skel

Následujícími grafy popisujeme, jakým způsobem k oddělení skel dochází. Po zapnutí motoru dochází k pozvolnému růstu síly bez zřetelného pohybu sklíček. Dosáhne-li síla kritické hodnoty, horní sklíčko „povyskočí“ a síla dramaticky klesne. Výsledná síla pro oddělení skel je tedy  $F_1 - F_2$ , síla  $F_2$  je způsobena nenulovou hmotností skel, třením, odporem vzduchu apod. Protože děláme rozdíl dvou naměřených veličin, maximální absolutní chyba v roste na dvojnásobek, to je 0,1 N.



Podmínky měření:  $S = 150 \text{ cm}^2$ ,  $V = 0,5 \text{ cm}^3$ ,  $h = 0,003 \text{ cm}$ ,  $\chi = 450 \text{ m}$ , elastický vlasec.

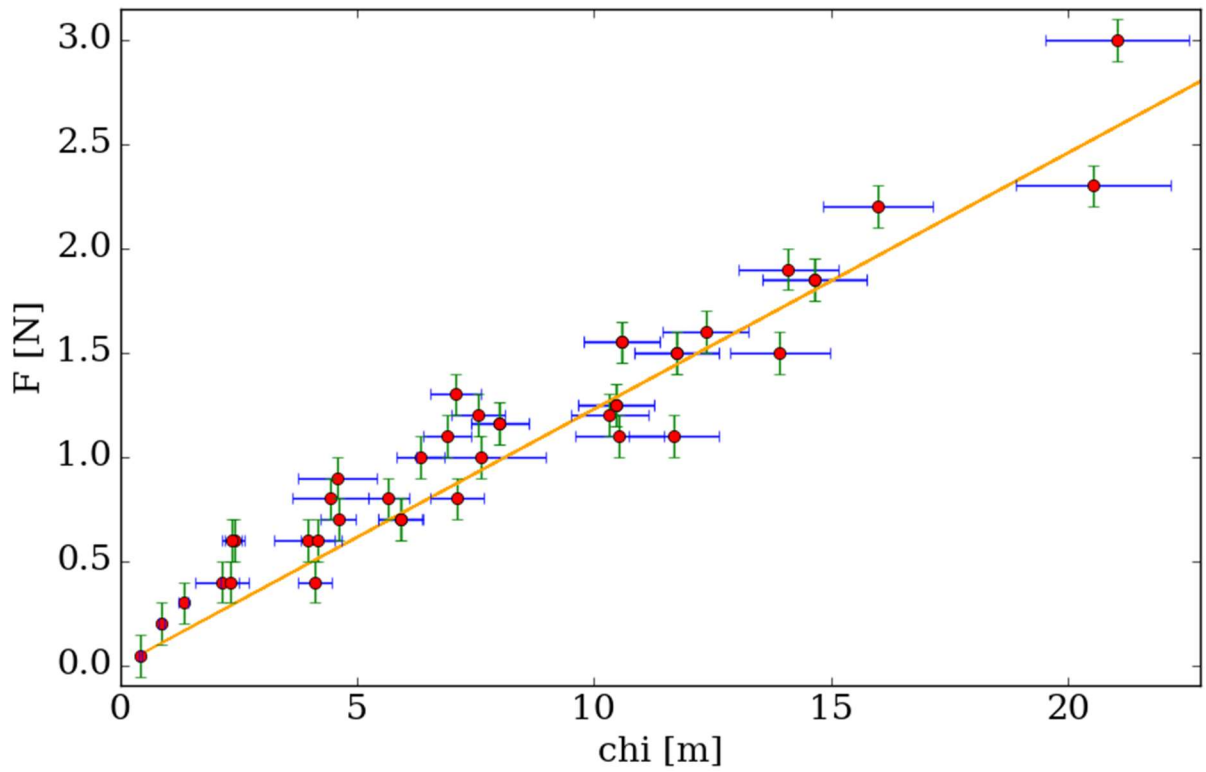
Následující dvojici grafů poukážeme na zásadní vliv dynamiky působící síly. Grafy 1, 2 a 3, 4 pojí stejné počáteční podmínky. V prvním případě vlivem elasticity vlasce síla působící na horní sklo narůstala velmi pozvolně a výsledná síla odpovídala teorii, v druhém případě působící síla narůstala významně rychleji. Síla změřená v druhé případě je přibližně jeden a půl krát větší než v případě prvním. V obou případech dojde k oddělení skel až po překročení určité kritické hodnoty síly. Drobné odchylky v naměřené poloze před překročením silového píku neodpovídají skutečnosti (zastínění senzoru pohybujícím se siloměrem apod.)



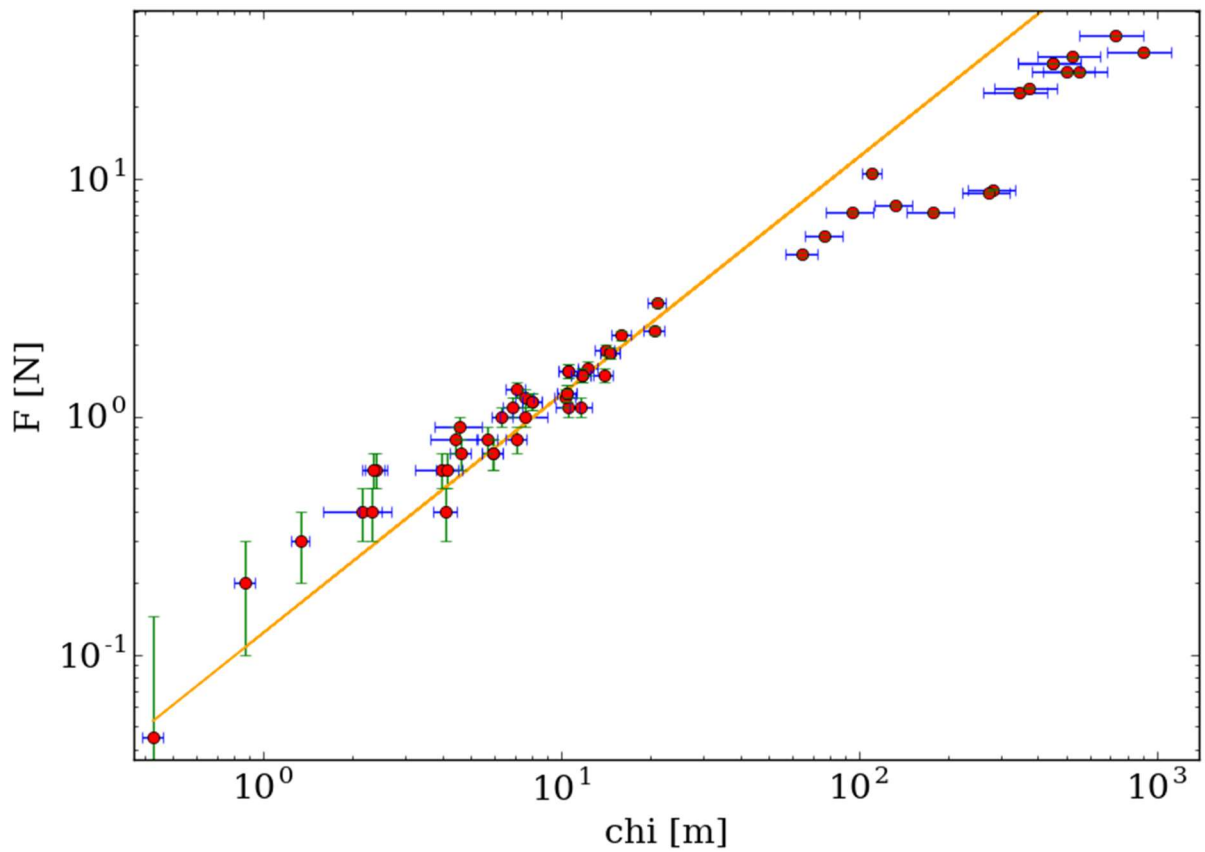
Podmínky měření:  $S = 150 \text{ cm}^2$ ,  $V = 0,5 \text{ cm}^3$ ,  $h = 0,003 \text{ cm}$ ,  $\chi = 450 \text{ m}$ , nepružný provaz.

## 4.2 Naměřené hodnoty síly

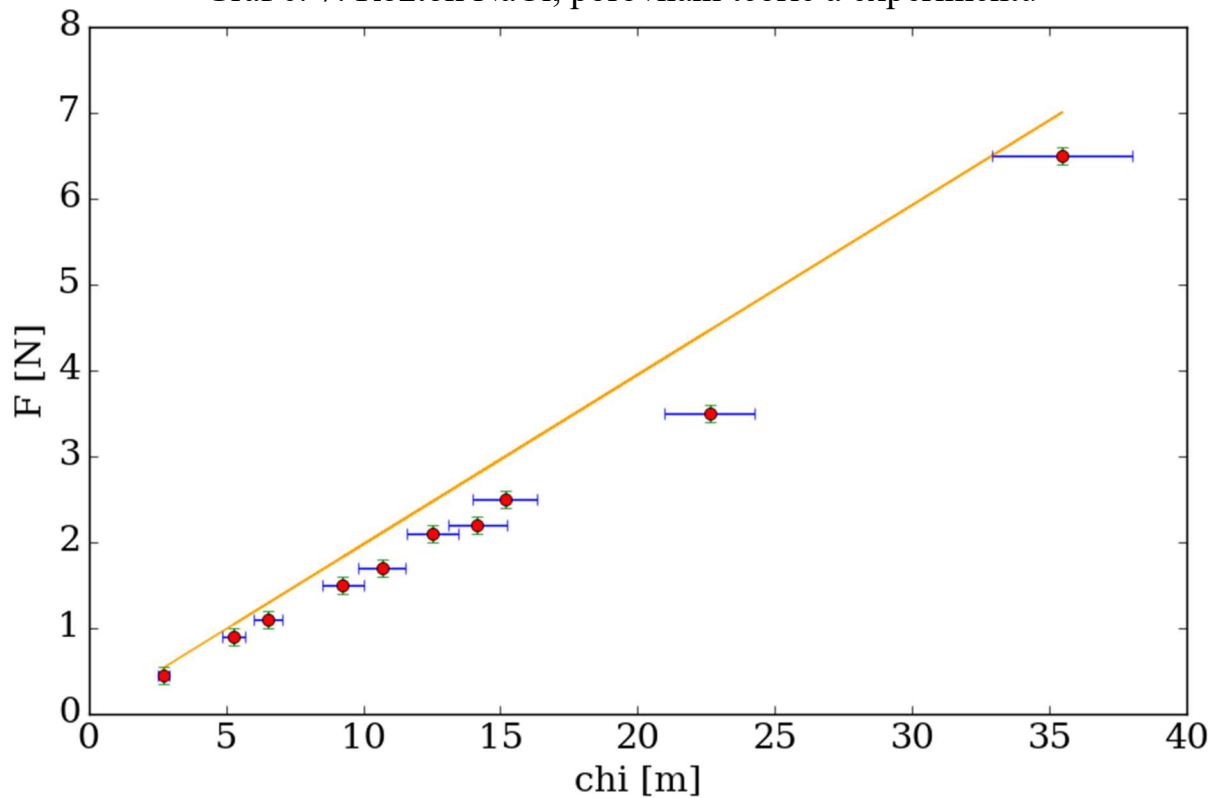
Graf č. 5: Roztok KMnO<sub>4</sub>, malé hodnoty síly, porovnání teorie a experimentu



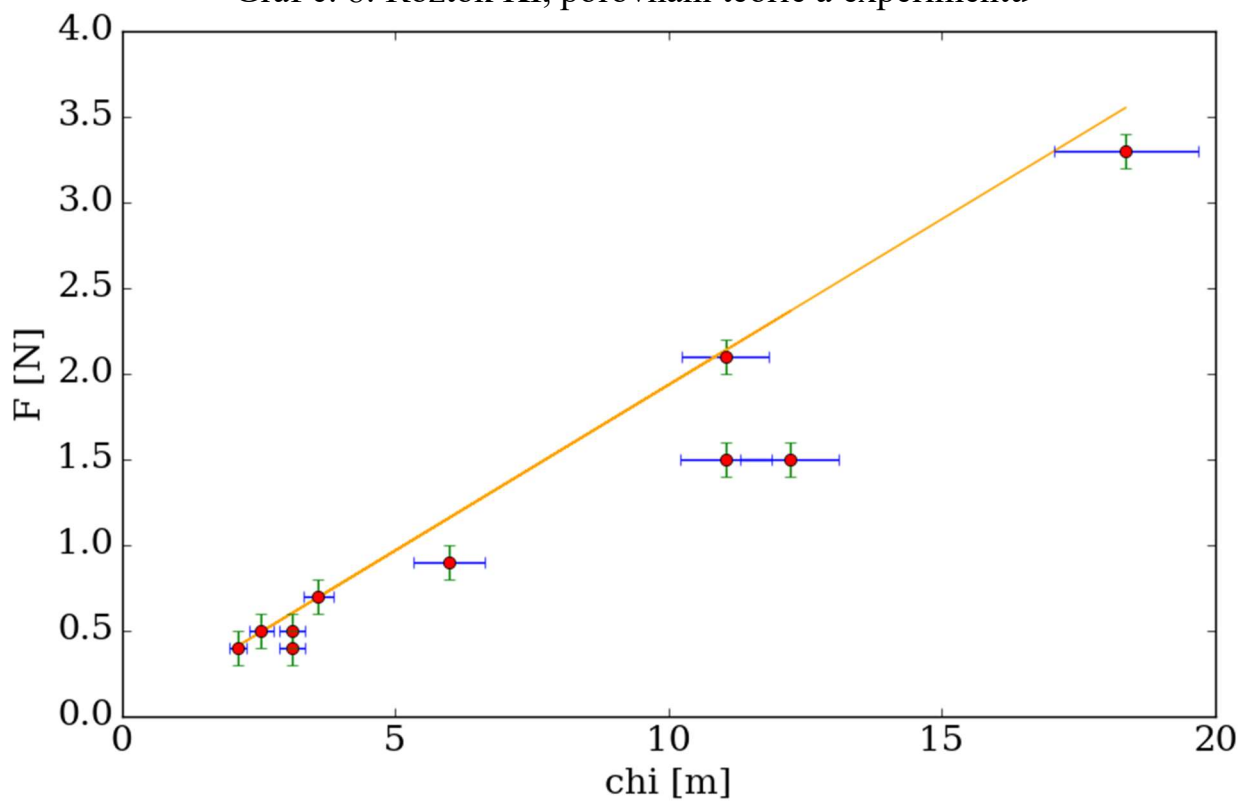
Graf č. 6: Roztok KMnO<sub>4</sub>, velký rozsah dat, porovnání teorie a experimentu



Graf č. 7: Roztok NaCl, porovnání teorie a experimentu

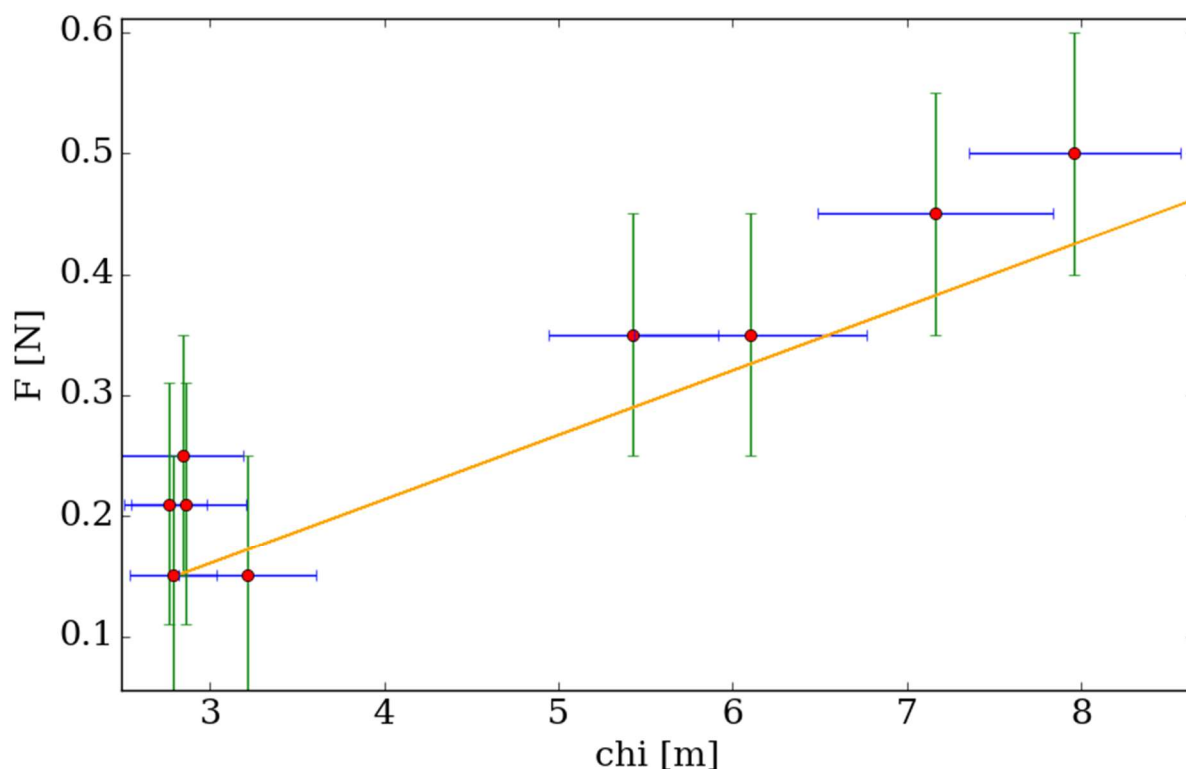


Graf č. 8: Roztok KI, porovnání teorie a experimentu





Graf č. 9: Roztok saponátu, porovnání teorie a experimentu



Grafy č. 5, 6, 7, 8 již předkládají výsledky naší experimentální práce (více než sto měření). Oranžová křivka v jednotlivých grafech odpovídá teorii pro daný kontaktní úhel a povrchové napětí.

V jednotlivých grafech je vynášena síla proti parametru  $\chi$ . Pro malé hodnoty parametru  $\chi$  je korelace teorie a experimentu velmi dobrá (především pro roztok  $\text{KMnO}_4$ ). Při vyšších hodnotách  $\chi$  předpokládáme, že se projevila kvadratická závislost  $\chi$  na obsahu vodní vrstvy, který byl při komplikovaných tvarech smáčené plochy určen s větší nepřesností, než je určená nepřesnost měření (určeno měřením jednoduchých geometrických útvarů). V grafu číslo 6 jsou pro lepší přehlednost využity logaritmické osy.

Roztok ( $\text{KMnO}_4$ ) má vzhledem ke své relativně nízké koncentraci fyzikální vlastnosti velmi podobné vodě (především kontaktní úhel, viskozita a povrchové napětí) a byl využíván pro tvorbu vodní vrstvy během většiny experimentů, význam aditiva spočívá především v obarvení vody, které usnadnilo (umožnilo) určit obsah vodní vrstvy.

Roztoky  $\text{NaCl}$  a  $\text{KI}$  (používány nasycené roztoky) se již z fyzikálního hlediska poměrně lišily (především kontaktní úhel, viskozita a povrchové napětí). Využili jsme tedy těchto podmínek pro porovnání teorie s experimentem i pro kapaliny s rozdílnými vlastnostmi než má voda, respektive její roztok s  $\text{KMnO}_4$ .

### 4.3 Experimenty pro neelastický vlasec

Povětšinou jsme se zabývali takovým oddělením skel, které způsobuje pozvolně narůstající síla. Chceme nastínit význam dalšího parametru, kterým je rychlost oddělování. Předkládáme průměrné hodnoty z několika sad měření:

Výsledná rychlost [ $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	Koeficient exp. / teorie	Odchylka od teorie
0,8	$1,06 \pm 0,01$	6 %
1,5	$1,31 \pm 0,01$	31 %
2,9	$1,75 \pm 0,02$	75 %
5,1	$2,00 \pm 0,05$	100 %
6,8	$2,27 \pm 0,03$	127%
7,5	$2,61 \pm 0,02$	161 %
9,4	$3,16 \pm 0,08$	216 %

Podmínky měření:  $\text{KMnO}_4$ , nepružný provaz

Veškeré předchozí experimenty jsme prováděli při rychlosti  $0,8 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , tj. nejnižší možná. Při maximální rychlosti je naměřená síla více než třikrát větší než síla vypočítaná.

Výsledná síla potřebná pro oddělení skel se pravděpodobně pojí s dalšími procesy (tlakovými změnami) probíhajícími v kapalině, které by bylo možné popsat např. Navier-Stokesovými rovnicemi.

## 5 ZÁVĚR

Teoreticky i experimentálně jsme popsali závislost síly potřebné k oddělení skel na rozměrech vodní vrstvy, hodnotě povrchového napětí a kontaktního úhlu. Nastínili jsme další možný aspekt problému, kterým je hydrodynamika.

Vztah  $F = 2 \gamma \chi \cos \varphi$  je uspokojivý a shoduje se s experimentálními daty pro malé hodnoty  $\chi$ .

Podstatnou roli při separaci skel má velikost gradientu síly v čase.

Naše teorie založená na Young-Laplaceově rovnici a hydrostatice obecně a odpovídá experimentálním datům přibližně na 80 % (KMnO<sub>4</sub>).

## 6 POUŽITÁ LITERATURA

[1] Berg, J. C. Fluid Interfaces and Capillarity. In An Introduction to Interfaces and Colloid. New Jersey: World Scientific Publishing Co Pte Ltd., 2009

[2] KVÍTEK, Libor. Metody studia koloidních soustav. Olomouc: Katedra fyzikální chemie PřF UP Olomouc. Dostupné z: chemikalie.upol.cz/skripta/msk/msk.pdf, 2006.

[3] PURE, Ross; DURRANI, Salman. Computing exact closed-form distance distributions in arbitrarily-shaped polygons with arbitrary reference point. *The Mathematica Journal*, 2015, 17: 1-27.

[4] SKJÆVELAND, Svein M. Derivation of the Laplace equation. Høgskolesenteret i Rogaland, 1993.

[5] Yuehua, Y., & Lee, T. Contact Angle and Wettng Properties. V G. Bracco, & B. Holst, Surface Science Techniques. Berlin. New York: Springer, 2009.