

Školní rok:
2009/2010

Středoškolská odborná činnost

Obor 12 – Tvorba učebních pomůcek, didaktická
technologie

Rekreační a zábavná matematika (Recreational and Entertaining Math)

Konzultant práce: RNDr. Voršílková Věra
Autor: Jan Faltýnek; 4. ročník

Škola: Gymnázium Františka Xavera Šaldy, Liberec 11,
Partyzánská 530, příspěvková organizace; Liberecký kraj

Liberec 2010
Liberecký kraj



Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci vypracoval samostatně, použil jsem pouze podklady citované v práci a uvedené v příloženém seznamu na konci a postup při zpracování práce je v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Jablonném v Podještědí dne 22. 2. 2010

vlastnoruční podpis autora: _____

Konzultantský posudek

Autor se rozhodl zpracovat tuto sbírku s návody na řešení jako učební pomůcku pro hodiny matematických seminářů, ale i pro hodiny matematiky, kde může být použita na začátku hodiny jako rozcvička.

Z nepřeberného počtu typů úloh si zvolil Magické čtverce, Latinské čtverce, Sudoku, HEXSudoku, Filomino, Pentomino, Hry se zápalkami a Zebry, což jsou úlohy velmi vhodné pro rozvoj logického myšlení.

Úlohy shromáždil z velkého množství literatury včetně zdrojů na internetu, uspořádal je systematicky tak, aby se daly hned použít v hodinách matematiky. Vzhledem k množství zdrojů a jejich různorodosti se jednalo o práci velmi náročnou, kterou mohl zvládnout jen díky svému zápalu, zájmu, pracovitosti a pečlivosti. Úlohy nebylo nutné vymýšlet, neboť jich je k dispozici velké množství, bylo však třeba je uspořádat tak, aby učitel nemusel ztrácet čas jejich hledáním a zjišťováním způsobů jejich řešení.

V literatuře, která je v tomto oboru k dispozici, nejsou obvykle úlohy členěny podle jednotlivých typů, neboť neslouží jako učební pomůcka. Proto považuji za hlavní přínos práce její systematické uspořádání s úvodním teoretickým popisem a řešením úloh.

V Liberci dne 22. 2. 2010

RNDr. Věra Voršílková: _____

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému konzultantovi paní RNDr. Věře Voršílkové za poskytnuté materiály, podporu, podnětné připomínky, užitečné rady a především výpomoc při tvorbě této práce.

Anotace

Cílem této Středoškolské odborné činnosti s názvem „Rekreační a zábavná matematika,“ která byla v soutěži SOČ zaražena do tematického okruhu 12 „Tvorba učebních pomůcek, didaktická technologie,“ je především využitelnost při hodinách matematiky (matematických seminářů). A nejen to, s touto prací mohou pracovat jak studenti gymnázií, tak i široká veřejnost. Jedná se o sbírku neobvyklých matematických příkladů, úloh a rébusů. Úlohy jsou zde lehké a pochopitelné, slouží studentům k procvičení jejich logického uvažování nebo prostě jen tak pro zábavu a zpestření vyučování.

Klíčová slova

Magický čtverec, Latinský čtverec, Sudoku, HEXSudoku, Filomino, Pentomino, Hry se zápalkami, Zebry

Annotation

The aim of this Secondary School Research Project called Recreational and Entertaining Math included in the thematic field number twelve of SSRP called The Teaching Aids Creation and the Didactic Technology is mainly its use in the maths lessons (or maths seminars). What more, this work can be used by grammar school students as well as by wide public. It consists of remarkable mathematical exercises, problems and games. The tasks are easy to understand and serve for the training of logical thinking or simply for fun, making the lessons more enjoyable.

Key words

Magic square, Latin square, Sudoku, HEXSudoku, Filomino, Pentomino, Matches games, Zebras

1. Obsah práce

1. Obsah práce	5
2. Úvod	7
3. Magické čtverce	8
3. 1 Co to jsou magické čtverce	8
3. 2 Historie	8
3. 3 Definice	9
3. 4 Dürerův magický čtverec	9
3. 5 Návod na sestavení magického čtverce s lichým počtem polí	9
3. 6 Návod na sestavení magického čtverce se sudým počtem polí	10
3. 7 Magické slovní čtverce	11
3. 8 Úkoly	11
4. Latinské čtverce	12
4. 1 Co to jsou latinské čtverce	12
4. 2 Návod na sestavení latinského čtverce	12
4. 3 Úkoly	13
5. Sudoku	14
5. 1 Co je to sudoku	14
5. 2 Historie	14
5. 3 Návod na řešení sudoku	15
5. 4 Sudoku online	18
5. 5 Úkoly	19
6. HEXSudoku	21
6. 1 Co to je HEXSudoku	21
6. 2 HEXSudoku online	21
6. 3 Úkol	21
7. Fillomino	23
7. 1 Co to je Fillomino	23
7. 2 Pravidla Fillomina	23
7. 3. Fillomino online	23
7. 4 Úkol	23

8. Pentomino	24
8. 1 Co to je pentomino	24
8. 2 Úkoly	25
8. 3 Hra pentomino	27
8. 4 Pentomino online	27
9. Hry se zápalkami	28
9. 1 O čem jsou hry se zápalkami	28
9. 2 Úkoly	28
9. 3 Strategické hry se zápalkami	40
10. Zebry	41
10. 1 Co to jsou Zebry	41
10. 2 Způsoby řešení	41
10. 3 Nejznámější zebry	49
10. 4 Úlohy	51
10. 5 Jak si zebru vytvořit	58
11. Závěr	60
12. Soupis použité literatury	61

2. Úvod

Zpracovat práci na toto téma jsem se rozhodl, protože jsem za svá studia na střední škole neobjevil žádnou publikaci, která by se věnovala úlohám tohoto typu tak komplexně, jako má práce. Získal jsem knihu „Zebry, zebry, zebříčky“ od Josefa Brože, která se zabývá zebry, dále například knihu „Hry a kouzla se zápalkami“ od Gilberta Obermaira, ve které je spousta úloh se zápalkami, a nejen to, jsou zde vysvětlena i některá kouzla se sirkami. Nikde jsem ale nenašel toto vše shrnuté v jednom.

Ve své práci se Vás budu snažit seznámit s těmi typy úloh, které jsou lehké pochopitelné a zábavné. Samozřejmě jsem nevyčerpal veškerou škálu hlavolamů, co na světě jsou, ale to ani nebylo cílem.

Chtěl bych, aby byla tato práce po dokončení alespoň trochu prospěšná při výuce matematiky a matematických seminářů. Příklady z ní by se mohly používat při rozcvičce na začátku hodiny, pro zvýšení pozornosti studentů nebo prostě jen tak pro zábavu a zpestření vyučovacích hodin.

Mou práci bych doporučil všem lidem bez ohledu na věk, pohlaví atd., kteří si chtějí zlepšit své logické uvažování a trochu posílit šedou kůru mozkovou. K vyřešení úloh nejsou zapotřebí žádné speciální matematické znalosti. Stačí mít ty opravdu nejzákladnější základy počítání a bystrou hlavu. A to Vy určitě máte.

Matematika nejsou přece jen těžké definice, věty, důkazy, postupy, vzorce atd.... Matematika umí být i krásná a zajímavá. Toto vše a ještě více se Vám zde budu snažit ukázat.

3. Magické čtverce

3.1 Co to jsou magické čtverce

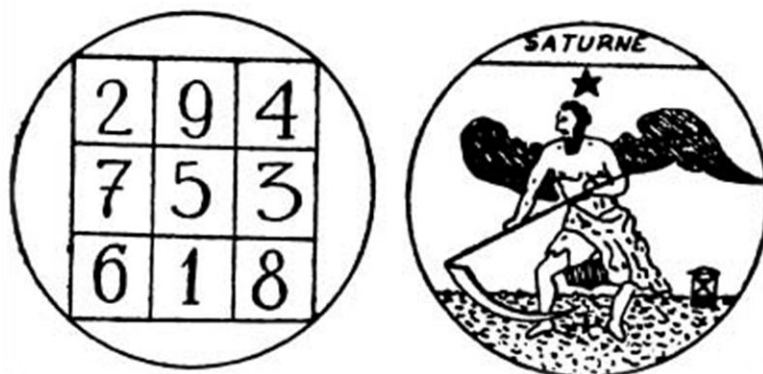
Jen málo matematických objektů se vykytuje i mimo matematiku tak často, jako právě magické čtverce, jimiž se budeme zabývat. Píše se o nich v ryze matematických knihách i v literatuře zábavné. Vyskytují se v seriózních historických knihách i v literatuře s okultní a zcela nevědeckou a obskurní náplní. Na internetových stránkách lze pod příslušným heslem nalézt stovky odkazů, v nichž je, zvláště pro laika, orientace přinejmenším obtížná. A tak není divu, že samotný pojem „magický čtverec“ má v různých pramenech různé významy.

3.2 Historie

Magické (kouzelné) čtverce vzbuzovaly kdysi velký obdiv. Proto se z nich dělaly amulety a stříbrné destičky, které měly chránit děti před nemocemi, pocestné před uštknutím hady a koně před úrazy. První magický čtverec byl sestaven v Číně (5. tisíciletí před naším letopočtem). Druhý čtverec pochází z Indie. Odtud se čtverce dostaly do Evropy, kde sloužily mimo jiné také jako léčebné pečeti (viz obr. 1), talismany a jiné magické předměty. Zajímavostí je, že k magickým čtvercům nikdy nedospěla matematika řecká.

Pečeť Saturnova.

Pečeť tato musí býti zhotovena z čistého a jemného olova z Villachu, a to tak, aby na jedné straně pečeti vryt byl do jejího obvodu čtverec. Čtverec rozdělí se dvěma svislými a dvěma vodorovnými čarami na devět stejných čtverečků, z nichž do každého vepíše se číslo tak, aby čísla po sečtení všemi směry dávala součet 15. Na druhou stranu pečeti vryje se obraz planety, totiž starého muže s kosou v postoji, jakoby sekal trávu na zemi. Nad jeho hlavou hvězda a nahoře jméno — Saturnus.



Obr. 1: Návod na zhotovení léčebné Saturnovy pečeti

3.3 Definice

Obecně vzato je magickým čtvercem nazýváno jakékoliv čtvercové schéma nejruznějších objektů, nejčastěji čísel nebo písmen, rozmístěných podle nějakých pravidel.

Přesná definice zní:

Magický čtverec řádu n je čtvercové schéma o n řádcích a n sloupcích, v němž jsou vepsána čísla $1, 2, 3, \dots, n^2$ tak, že součet čísel v každém řádku, sloupci i úhlopříčce je stejný a je roven číslu: $\frac{n \cdot (n^2 + 1)}{2}$ (konstanta magického čtverce).

3.4 Dürerův magický čtverec

Jeden z nejznámějších magických čtverců je zveřejněn na rytině německého malíře *Albrechta Dürera* (1471 – 1528) s názvem **Melancholie** (*zamyšlení*). Rytina se datuje rokem 1514 a hledanou konstantou uchovaného magického čtverce je v tomto případě 34. Prostřední dvě čísla v dolní řádce udávají rok zhotovení rytiny. Všimněte si však, že tento čtverec má součet 34 nejen v řádcích a sloupcích, ale i ve čtvercích 2 x 2 v rozích. Nepřipomíná Vám to některá pravidla z dnes tolik rozšířeného sudoku?

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Obr. 2: Melancholie

3.5 Návod na sestavení magického čtverce s lichým počtem polí

Číslo 1 napíšeme do prostředního čtverečku prvního (tj. horního) řádku. Číslo 2 napíšeme v sousedním sloupci v posledním (tj. spodním) řádku. Další čísla se píše tak, jak za sebou následují, úhlopříčně vpravo vzhůru od čtverečku, kde je číslo 2. Když je dosaženo okraje čtverce, přejde se o řádek výše až do krajního levého sloupce. Odtud se pokračuje opět úhlopříčkou vpravo vzhůru. Na prvním řádku narazíme na čtvereček s číslem 1. Další čísla píšeme pod daný čtvereček.

		1	...	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

3. 6 Návod na sestavení magického čtverce se sudým počtem polí

Sestavit magické čtverce se sudým počtem polí je těžší než čtverce s lichým počtem. Ukážeme si, jak sestavit čtverec o **4x4** polích.

Začněte tak, že vepíšete číslo 1 do horního levého pole. Číslo 2 umístíte do vedlejšího pole a za ním následují čísla 3 a 4. Tím je horní řada úplná. V další řadě pokračují čísla 5,6,7,8. Tímto způsobem pokračujte, až budete mít vyplněna všechna čísla od 1 do 16 pěkně v pořadí.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Nyní je nutné vyjmout ve všech vnějších řadách dvě prostřední čísla. To znamená, že v horní řadě je to číslo 2 a 3 a obdobně jsou to čísla 14 a 15 v dolní řadě. Nakonec vyjmeme i čísla 5 a 9 v levém sloupci a 8 a 12 v pravém sloupci.

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

Tato čísla pak zajímavým způsobem přemístíme. Čísla 2 a 3 přehodíme a dosadíme je do polí, která se uvolnila po číslech 14 a 15. Dolní řada tedy nyní vypadá takto: 13,3,2,16. Podobně přehodíme i čísla 14 a 15 a umístíme je do polí, kde původně byla čísla 2 a 3. Nová horní řada má nyní podobu 1,15,14 a 4. Jistě si už dovedete představit, co bude následovat. Přehodíme čísla 8 a 12 a vložíme je místo čísel 5 a 9 a naopak úplně stejným způsobem. Vyjde Vám tento čtverec. (Všimněte si, že se ve skutečnosti jedná o převrácený Dürerův magický čtverec.)

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

3. 7 Magické slovní čtverce

V každém políčku čtverce je jedno písmeno. Každý řádek pak musí tvořit kompletní slovo a v žádném řádku, sloupci nebo diagonále se nesmí žádné písmeno opakovat.

Variogram – magický čtverec, v němž písmena zleva doprava a shora dolů vždy tvoří slova (nejlépe stejná, tj. v prvním řádku a prvním sloupci je stejné slovo atd.)

Dokonalý slovní čtverec – magický čtverec, v němž písmena tvoří slova ve všech směrech, tedy čteno shora, zdola, zleva i zprava.

Jedním z nejznámějších magických čtverců (v tomto případě dokonce dokonalých) je latinský **SATOR**, který lze volně přeložit jako „Rozsévač Arepo pracuje s pluhem“.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

3. 8 Úkoly

Sestavte magický čtverec o 9, 25, a 81 políčkách.

Řešení:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(součet je 15)

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

(součet je 65)

47	58	69	80	1	12	23	34	45
57	68	79	9	11	22	33	44	46
67	78	8	10	21	32	43	54	56
77	7	18	20	31	42	53	55	66
6	17	19	30	41	52	63	65	76
16	27	29	40	51	62	64	75	5
26	28	39	50	61	72	74	4	15
36	38	49	60	71	73	3	14	25
37	48	59	70	81	2	13	24	35

(součet je 369)

4. Latinské čtverce

4.1 Co to jsou latinské čtverce

Jméno bylo zavedeno *Leonhardem Eulerem*.

Jsou to čtverce o n řádcích a n sloupcích, do nichž vpisujeme čísla od 1 do n tak, aby se každé z těchto čísel v každém řádku a v každém sloupci vyskytovalo právě jednou.

Latinské čtverce mají pro moderní matematiku podstatně větší význam než čtverce magické. Lze na ně nahlížet jako na násobící tabulky kvazigrup. Latinské čtverce se používají při konstrukci samoopravných kódů a také jsou základem matematických hádanek (například sudoku).

Pozn.: Kvazigrupa je v matematice taková algebraická struktura s jednou binární operací, která je grupoidem a ve které je navíc možné „dělit“.



Obr. 3: Barevně kódovaný latinský čtverec v okně na Cambridgeské universitě

4.2 Návod na sestavení latinského čtverce

1. Řádky číslujeme zdola nahoru čísly 1 až n , sloupce zleva doprava rovněž čísly 1 až n .
2. Symbol (x, y) značí políčko v x -tém řádku a y -tém sloupci.
3. Latinský čtverec sestavíme tak, že do políčka (x, y) vepíšeme zbytek získaný při dělení čísla $x + y - 1$ číslem n (je-li tento zbytek 0, píšeme místo něj n).

Př.: Naším úkolem je sestavit latinský čtverec pro $n = 4$

4			$(4, 4)$
3	$(3, 2)$		
2			
1	2	3	4

$$(3, 2) = \frac{3 + 2 - 1}{4} = 1 (0) \rightarrow 4$$

$$(4, 4) = \frac{4 + 4 - 1}{4} = 1 (3) \rightarrow 3$$

Stejným postupem můžeme dopočítat zbytek čtverce nebo zkusit čísla tipnout.

Výsledek:

4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1
1	2	3	4

4.3 Úkoly

Sestavte latinský čtverec pro $n = 5$, $n = 6$

Řešení:

5	1	2	3	4
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
1	2	3	4	5

6	1	2	3	4	5
5	6	1	2	3	4
4	5	6	1	2	3
3	4	5	6	1	2
2	3	4	5	6	1
1	2	3	4	5	6

5. Sudoku

5.1 Co to je sudoku

Sudoku je hra zaměřená na logické myšlení. Tvoří ji **čtverec sestavený z 81 políček** (má tedy 9 sloupců a 9 řádků). Čtverec je uvnitř rozdělen na 9 menších čtverečků, z nichž je každý tvořen 9 políčky (má tedy 3 sloupce a 3 řádky). K předem vyplněným číslům je potřeba doplnit další čísla tak, aby platilo, že v každé řadě, v každém sloupci a v každém z devíti čtverců byla použita vždy všechna čísla jedna až devět. Pořadí čísel není důležité. Čísla se nesmí opakovat v žádném sloupci, řadě nebo v malém čtverci.

Kouzlo sudoku nespočívá ve složitých pravidlech. Nejzajímavější je na hře její proměnlivá obtížnost. Ta závisí na počtu předem daných čísel, jejich hodnotách, rozmístění a také na vazbách mezi nimi. Minimální počet čísel pro jednoznačné řešení je 17 což ovšem ještě neznamená, že sudoku musí být řešitelné.

Sudoku je hrou mezinárodní. K řešení není potřeba speciální znalosti symbolů nebo jazyků dané země, kde bylo sudoku vydáno. Záleží pouze na vašem logickém myšlení.

Vzhledem k tomu že je hra sudoku omezená pravidly a rozměry, má omezený počet různých zadání sudoku. Podle výpočtů jich je jen 6 670 903 752 021 072 936 960 (tedy asi 6,67 triliard možností).

5.2 Historie

Tuto hru vymyslel *Howard Garns* v roce 1979 a publikoval ji v pod názvem „*Number Place*“ (*Místo pro číslo*). Od Američanů hru roku 1984 převzal japonský časopis *Nikoli*. O dva roky později dostala hra jméno sudoku, je to zkratka z japonského sousloví „*Suuji wa dokushin ni kagiru*“, které ve volném překladu znamená „*vlož každé jedno číslo do vymezeného prostoru*“. Ve světě je sudoku vydáváno v mnoha periodikách. U nás jsou to např. Lidové noviny, MF Dnes, Deník či Metro.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	1	5	7	6	8	9
2	5	7	8	6	9	4	1	3	2
3	6	9	1	2	3	8	5	4	7
4	8	1	2	3	6	9	4	7	5
5	7	4	5	8	1	2	9	6	3
6	3	6	9	4	7	5	2	1	8
7	1	8	7	5	2	6	3	9	4
8	9	5	3	7	4	1	8	2	6
9	4	2	6	9	8	3	7	5	1

Obr. 4: Příklad vyřešeného sudoku

5.3 Návod na řešení sudoku

1. Kontrolovat menší čtverce 3×3 . Můžete začít třeba číslicí 1 a postupovat až k 9. Pro každou číslici hledejte, ve kterém čtverci ještě není. Podle již umístěných číslic, najděte pozici, kde daná číslice musí být.

				7	4			2
9		2	6					
	3							8
		9		2				1
4	X							7
	1			6		2		
	5						9	
					5	4		8
6			8	1				

Příklad: V levém prostředním čtverci 3×3 (žlutě orámovaný) chybí číslice 2. Podle umístění dvojek (žlutě orámované) vidíme řádky, kde už dvojka být nemůže (červeně podbarvená pole). V našem čtverci je už tedy jen jedno pole, kde dvojka musí být (žlutě přeškrtnuté). Takhle se pokusíme doplnit co nejvíce čísel. Až se dostaneme k devíti, můžeme případně postup opakovat znovu, protože se počet volných polí zmenšil.

2. Používejte vpisky. Je to jednoduchá metoda, pomocí které vyluštíte většinu středně těžkých sudoku, a někdy i ty těžší. Během předcházejícího postupu procházíte čtverce 3×3 a hledáte, kde může být nějaká číslice. Pokud vám ale nevyjde jediná možnost, kde číslo může být, co s tím? V případě, že možnosti jsou dvě, poznamenejte si je tužkou někam nahoru. Je možné dělat vpisky i pro více čísel, ale dvě jsou podle mne ideální.

				7	4			2
9		2	6					
	3		²		²			8
		9		2				1
4								7
	1			6		2		
	5						9	
					5	4		8
6			8	1				

Příklad: V horním prostředním čtverci 3×3 (žlutě orámovaný) chybí číslice 2. Z ostatních dvojek (žlutě orámované) je vidět řádky, kde už dvojka být nemůže (červeně podbarvená pole). Možnosti, kam umístit dvojku jsou dvě. Napíšeme si tedy do polí nahoru dvojky, a tak budeme vědět, že v tomto čtverci dvojka již jinde být nemůže. Jakmile do jednoho z těchto polí napíšeme jiné číslo, můžeme do druhého dvojku s klidem dopsat napevno.

3. Vpisky rovnou během luštění používáme dál. Pokud jsou naše vpisky v jednom řádku a v jednom čtverci, je to to samé, jako by v onom řádku byla tato číslice již napsaná.

×	6	5		7	4			2
9		2	6	8	8			
	3						8	
		9		2			1	
4								7
	1			6		2		
	5				6		9	
					5	4	6	8
6			8	1				

Příklad: V horním prostředním čtverci 3×3 chybí číslice 8. Pomocí dalších osmiček (žlutě orámované) zjistíme oblasti, kde už osmička být nemůže (zeleně podbarvené). Zbudou dvě možnosti (červeně orámované) a tak do těchto polí nahoru napíšeme osmičku. Protože ale obě možné varianty leží v jednom řádku, je jasné, že už jinde v tomto řádku (červeně podbarvený) osmička být nemůže. Toho využijeme u dalšího čtverce (žlutě orámovaný). Červená a zelená oblast nám ukazuje, kde osmička být nemůže. Je tak jediná možnost (žlutě přeškrtnuté pole), kam osmičku v tomto čtverci umístit.

4. Pokud se nám sejdou dvoje vpisky ve stejných polích, můžeme je „zablokovat“ (přeškrtneme si je tužkou). Nevíme sice, které z čísel kde přesně je, ale víme, že jiné číslo zde už být nemůže. To nám pak zmenší počet volných polí v daném čtverci a většinou tak umožní zapsat jiná čísla.

		7	4
6			
29			29

Příklad: V tomto čtverci jsme si zapsali vpisky pro dvojku a devítku. Protože obě dvě čísla jsou jen ve dvou polích, je jasné, že zde jiné číslo být nemůže. Přeškrtneme si je. Počet volných polí v tomto čtverci se nám tak z šesti zmenšil na čtyři (zeleně podbarvené).

5. Místo toho, abychom hledali, kde čísla mohou být, se také můžeme podívat na jedno konkrétní pole a zjistit, jaká číslice zde určitě bude. Snažíme se najít takové pole, kde může být pouze jediná číslice. Proto si vybíráme pole, v jehož řádku a sloupci je co nejvíce různých číslíc.

				7	4		3	2
9		2	6				8	
	3						1	
4		9		2			5	7
	1			6		2		
	5				6		9	
				5		4	6	8
6	7		8	1				

Příklad: Zvolíme si jedno pole (žlutě přeškrtnuté). Červeně podbarvená oblast určuje, kde všude se nesmí objevit číslice, která má být v tomto poli. Jinak řečeno, číslice, které v této oblasti už jsou, v našem poli být nemohou. Rychle zjistíme, že jediná číslice, která zde není, je dvojka.

6. Místo čtverců se můžeme také soustředit na sloupce nebo řádky. Stejně postupy jako na čtverce 3×3 aplikujeme na ně. Nejlepší je to použít v případě, kdy už nám ve čtvercích nezbývá další postup a nevíme jak dál, zkusit kombinovat právě se sloupci nebo řádky.

			7	4				2
9		2	6					
	3						8	
		9	2				1	
4								7
7	1		6		2			
	5			6		9		
X	9	1	X	5	4	6	8	
6			8	1				

Příklad: V dolním prostředním čtverci chceme umístit sedmičku. Možností je ale několik. Podíváme se tedy na řádek (zeleně podbarvený), který tímto čtvercem prochází. V něm jsou tři volná pole a v jednom z nich musí být sedmička. Červeně přeškrtnutá pole ukazují, kde být nemůže, protože těmito poli prochází sloupce (červeně podbarvené), kde už sedmička je. V tomto řádku máme tedy jedinou možnost, kam sedmičku umístit. Doplňili jsme ji tak do čtverce, kam bychom ji jen kombinací okolních čtverců nikdy nedoplňili.

5. 4 Sudoku online

Zde uvádím pár internetových odkazů, kde si můžete zkusit vyřešit nějaká sudoku.

- <http://www.sudoku-league.com/sudoku.php?mode=practice>
- <http://www.hraj-sudoku.cz/nova-hra/> (kontroluje a popisuje Vaše chyby)
- <http://sudokuonline.cz/> (kontroluje v průběhu hraní)
- <http://www.sudoku-online-games.com/> (vytvořte si své vlastní sudoku)
- <http://www.sudoku-hra.cz/> (lze si psát vpisky)

5.5 Úkoly

Vyřešte následující sudoku:

Lehké

		3	1	6		2		
2							3	4
9		7		3			1	
7	3	9		5				2
	6			1			7	
8				4		9	6	3
	9			8		4		7
1	7							9
		4		7	5	3		

Středně těžké

9		8	6			7		1
				3		6		8
2			7				3	
			9	6		1	4	
8	6						9	2
	5	9		4	3			
	8				1			3
6		3		9				
7		1			6	2		4

Těžké

1			2			3		7
	2		3	1	5			6
			9				1	4
	3				9			1
9		7				4		8
2			8				9	
8	7				3			
4			5	2	7		6	
6		2			1			3

Řešení:

Lehké

5	4	3	1	6	7	2	9	8
2	1	6	5	9	8	7	3	4
9	8	7	2	3	4	5	1	6
7	3	9	8	5	6	1	4	2
4	6	2	3	1	9	8	7	5
8	5	1	7	4	2	9	6	3
3	9	5	6	8	1	4	2	7
1	7	8	4	2	3	6	5	9
6	2	4	9	7	5	3	8	1

Středně těžké

9	3	8	6	2	4	7	5	1
4	7	5	1	3	9	6	2	8
2	1	6	7	8	5	4	3	9
3	2	7	9	6	8	1	4	5
8	6	4	5	1	7	3	9	2
1	5	9	2	4	3	8	7	6
5	8	2	4	7	1	9	6	3
6	4	3	8	9	2	5	1	7
7	9	1	3	5	6	2	8	4

Těžké

1	8	9	2	6	4	3	5	7
7	2	4	3	1	5	9	8	6
3	5	6	9	7	8	2	1	4
5	3	8	7	4	9	6	2	1
9	6	7	1	5	2	4	3	8
2	4	1	8	3	6	7	9	5
8	7	5	6	9	3	1	4	2
4	1	3	5	2	7	8	6	9
6	9	2	4	8	1	5	7	3

6. HEXSudoku

6.1 Co to je HEXSudoku

HEXSudoku (HEX – hexadecimal – 16) má 16 řádků, 16 sloupečků, 16 čtverců (po 16 políčkách, 4x4) a doplňujeme: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; A; B; C; D; E; F, tedy cifry šestnáctkové soustavy.

6.2 HEXSudoku online

- <http://sudoku.m-hosting.cz/index.php?page=archive&difi=c&lang=cs>

6.3 Úkol

Vyřešte dané HEXSudoku:

		6		4	5		7	8		A	2		D		
		E	7										C	1	
8	9		2	0	D		F	C		6	3	4		E	7
	D	B		C	1		3	4		E	7		9	A	
	6	3			E	7			A	2			B	F	
5			8	9			0	D				C	1		4
9			0	D		F	C	1	6		4	5			8
	B	F			6				7				A	2	0
	3	4			7				0				F	C	
E			9	A		0	D	B	F		1	6			5
A			D	B			1	6			5	E			9
	F	C			3	4	5	E	7	8			2	0	
	4	5		7	8		A	2		D	B		C	1	
7	8		A	2	0		B	F		1	6	3		5	E
		D	B									7	8		
		1		3	4		E	7		9	A		0		

Řešení:

C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F
4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3
8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7
0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2
1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C
5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4
9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8
D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0
6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1
E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5
A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9
B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D
3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6
7	8	9	A	2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E
2	0	D	B	F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A
F	C	1	6	3	4	5	E	7	8	9	A	2	0	D	B

7. Fillomino

7.1 Co to je Fillomino

Podobné sudoku je Fillomino. Hraje se na vyšrafované čtvercové síti, kde jsou předepsána některá čísla. Vaším úkolem je pak vyplnit čísla prázdné herní čtverce podle dále uvedených pravidel.

7.2 Pravidla Fillomina

1. Číslo na čtverci označuje velikost skupiny čtverců náležících k sobě. Dílky s číslem 1 jsou hotovou „skupinou“. Skupiny větší pak mohou tvořit různé obrazce s podmínkou, že jednotlivé čtverce na sebe navazují stranou (rohem nestačí).
2. Skupiny stejného řádu (čísla) se mohou dotýkat maximálně rohem.

7.3 Fillomino online

- <http://wwwb.dcn.s.ne.jp/~mikio.k/javafilo/index.html>

7.4 Úkol

Vyřešte dané Fillomino:

5			3			1
	3			4		4
3	1	4	6		3	
	4			2	2	3
	3				4	
2	3		5			2
5		5	1		4	4

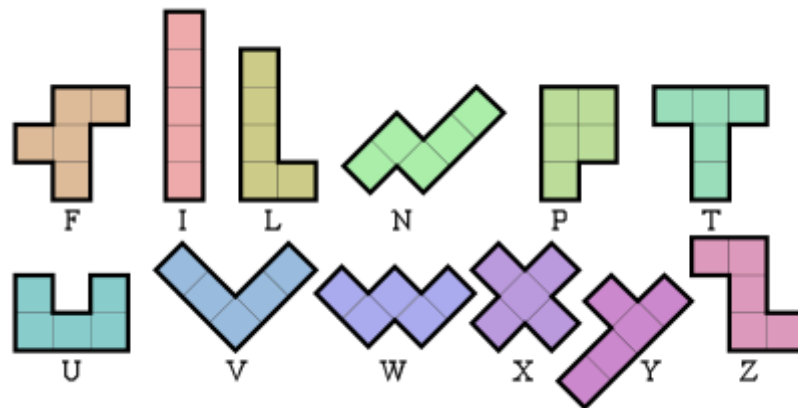
Řešení:

5	5	5	3	3	3	1
3	3	5	5	4	4	4
3	1	4	6	4	3	3
4	4	4	6	2	2	3
2	3	3	6	6	4	2
2	3	5	5	6	4	2
5	5	5	1	6	4	4

8. Pentomino

8.1 Co to je pentomino

Samuel Golomb, profesor matematiky na univerzitě v Jižní Kalifornii, vymyslel během let spoustu her a hlavolamů, některé se rychle rozšířily po celém světě. Jednou z nejzajímavějších z nich je právě pentomino. Svoje jméno dostalo podle domina. Je to sada destiček, složených z pěti čtvercových polí. Celkem je jich dvanáct a každá má jiný tvar. Čtverce se přitom nesmí překrývat a musí na sebe navazovat výhradně celými stranami. Někdy jsou pojmenovány podle písmene, kterému se nejvíce podobají.

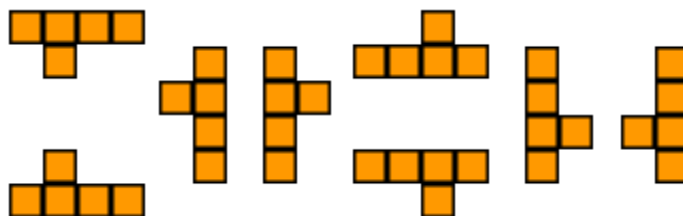


Dva útvary, které vzniknou jeden z druhého otočením nebo zobrazením v osové souměrnosti nejsou považovány za různé. (Kdyby byly zrcadlové obrazy považovány za různá pentomina, jejich počet by byl 18, neboť T, V, I, X, U a W jsou osově souměrné a jejich zrcadlový obraz je shodný, takže pouze pro F, L, N, P, Y a Z by existovaly dvě různé verze.)

Kolik různých destiček pentomina tedy máme? Pojd'te počítat se mnou:

- 8 pro L, N, P, F, Y – 4 otáčením a pak další 4 otáčením zrcadlového obrazu
- 4 pro Z – 2 otáčením a pak 2 otáčením zrcadlového obrazu
- 4 pro T, U, V, W – otáčením
- 2 pro I – otáčením
- 1 pro X

To je dohromady **19** destiček.



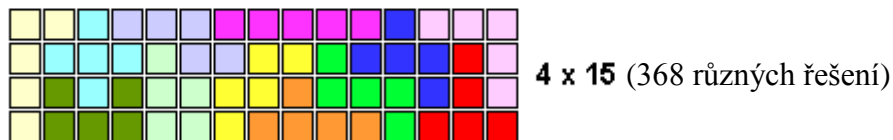
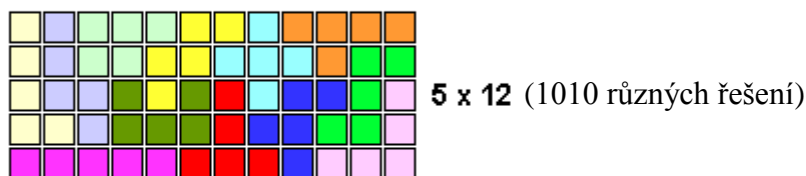
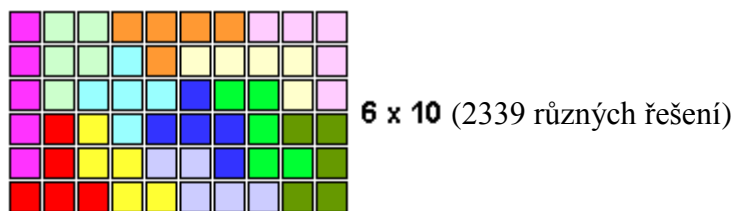
Obr.: Příklad pro pentomino Y

Pozn.: Zajímavostí je, že se na základech pentomina zrodil tak známý a oblíbený tetris. Hra vznikla ještě v dobách studené války. Jejím „otcem“ je Alexej Pažitnov, pracovník Moskevské akademie věd, který v roce 1984 přišel s nápadem, jak zdokonalit stolní hru pentomino, kterou znal z dětství. Pažitnov se rozhodl, že místo pěti kostek použije jen čtyři a jejich ukládání na plochu zdramatizuje tím, že hráč má na rozhodnutí, kam je uloží, málo času. Inspirací mu byly padající míčky v tenise.

8. 2 Úkoly

1. Pokryjte dvanácti pentominovými útvary obdélník složený z 6×10 (5×12 , 4×15 , 3×20) čtverečků tak, aby se žádná dvě pentomina nepřekrývala a aby byly pokryty všechny čtverečky.

Řešení: Triviální zrcadlové variace nejsou započítávány.



2. Pokud budeme o jednotlivých pentominech uvažovat nikoliv jako o rovinných útvarech, ale jako o hranolech, které mají základnu ve tvaru některého pentomina a výšku stejnou, jako je strana čtverečků, ze kterých jsou pentomina složena, dostáváme tak dvanáct prostorových útvarů, které jsou tvořeny dohromady ze šedesáti krychlí. Nabízí se nám tak další tři úlohy:

Vyplňte dvanácti pentominovými útvary kvádr složený z $2 \times 3 \times 10$ ($2 \times 5 \times 6$, $4 \times 3 \times 5$) krychlíček tak, aby byl vyplněn beze zbytku a pentomina se nepřekrývala.

Řešení:

Příklady řešení jsou uvedeny v následujících schématech, kde jsou jednotlivé kvádry zobrazeny „po patrech“:

$2 \times 3 \times 10$ (10 různých řešení)

P	P	F	N	N	W	T	U	X	U
P	P	F	F	W	W	T	X	X	X
P	F	F	W	W	T	T	T	X	L

V	V	V	Z	N	N	N	U	U	U
V	Z	Z	Z	Y	I	I	I	I	I
V	Z	Y	Y	Y	Y	L	L	L	L

$2 \times 5 \times 6$ (264 různých řešení)

P	P	P	N	N	N
Y	W	N	N	X	U
Y	W	W	X	X	X
Y	Y	W	W	X	U
Y	I	I	I	I	I

P	P	L	L	L	L
F	F	L	Z	Z	U
V	F	F	Z	T	U
V	F	Z	Z	T	U
V	V	V	T	T	T

$4 \times 3 \times 5$ (3940 různých řešení)

F	F	V	V	V
X	N	N	N	V
N	N	Z	Z	V

X	F	F	P	T
X	L	T	T	T
X	W	W	Z	T

U	F	U	P	P
X	L	L	L	L
W	W	Y	Z	Z

U	U	U	P	P
I	I	I	I	I
W	Y	Y	Y	Y

8. 3 Hra pentomino

Hra pentomino se hraje ve dvou hráčích na šachovnici (8 x 8 čtverců). Oba soupeři střídavě kladou na šachovnici kostky pentomina tak, aby jejich strany splývaly se stranami čtverců šachovnice (nesmí se tedy pokládat „napříč“ polemí šachovnice). Zároveň se žádná dvě položená pentomina nesmí překrývat a nesmí ani vyčnívat některým čtvercem ven ze šachovnice.

Vyhrává ten hráč, který položí pentomino na šachovnici tak, že soupeř již nemůže na šachovnici ze zbylých pentomin žádné přidat. Teoreticky může hra skončit i remízou, kdy jsou na šachovnici umístěna všechna pentomina (počet jejich čtverců je 60, počet čtverců šachovnice 64), ale je to vysoce nepravděpodobné a bez předem domluvené spolupráce protihráčů v podstatě nemožné.

Varianty hry

- Více hráčů – hru lze hrát i ve třech hráčích, případně ve čtyřech, ale tam už je to hodně o vylosovaném pořadí a o náhodě
- Více sad pentomin – hru lze hrát v základní variantě s pomocí pouze jedné sady (tj. dvanácti) pentomin společně pro všechny hráče, nebo také tak, že každý hráč má svojí sadu pentomin
- Přísnější pravidla pro pokládání – pravidla pro pokládání lze navíc omezit tak, že položená pentomina se nesmějí dotýkat stranou nebo dokonce tak, že se nesmějí dotýkat ani rohem některého čtverce
- Větší nebo nepravidelná šachovnice – především v případě, kdy je k dispozici více sad pentomin a jsou používána přísnější pravidla pro pokládání, lze hrát i na větší šachovnici (například na šachovnici 12 x 12). Lze také předem náhodně „vyškrtat“ několik čtverců šachovnice, na které se během hry nesmí pentomino umístit.

8. 4 Pentomino online

- <http://www.benfold.com/will/applets/pent/pent.html> (pentomino 6 x 10)
- <http://www.cs.cmu.edu/~desilva/pento/pento.html>

9. Hry se zápalkami

9.1 O čem jsou hry se zápalkami

Hry se zápalkami se řeší přesouváním jedné nebo více zápalek tak, abychom došli k výsledku podle zadání.



9.2 Úkoly

1. Opravte chybu (přemístěte jednu zápalku tak, abyste dostali rovnost).

$$VI - IV = IX$$

Řešení: a) $VI + IV = X$ b) $V + IV = IX$

2. Přemístěte jednu zápalku tak, aby platila rovnost: $VII = I$

Řešení: $\sqrt{I} = I$

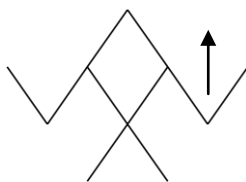
3. Změňte zlomek $\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{VII}$) na číslo $\frac{1}{3}$ (bez přidání nebo odebrání zápalky).

Řešení: $\frac{II}{VI}$

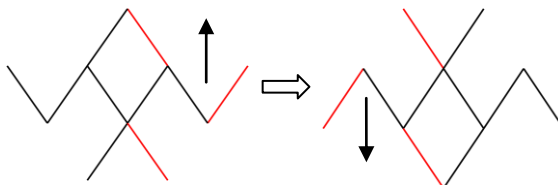
4. Šest z devíti. Sestavte z devíti zápalek šest čtverců (smíte klást zápalky i křížem přes sebe)

Řešení: 

5. Ze zápalek sestavte obrazec, který je na obrázku. Představuje netopýra, který letí označeným směrem. Třemi tahy přemístěte netopýra tak, aby letěl opačným směrem.

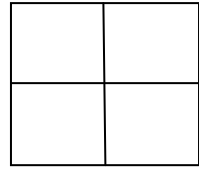


Řešení:

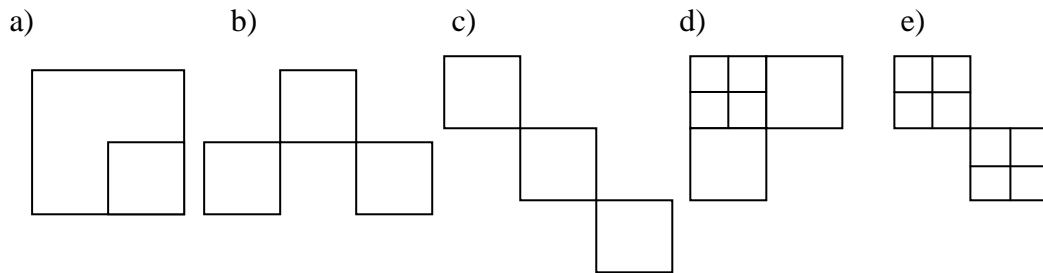


6. Dvanáct zápalek je složeno do čtyř stejných čtverců. Vznikl přitom ještě jeden velký čtverec. V úloze d) a e) lze klást zápalky křížem přes sebe.

- Odeberte dvě zápalky tak, aby vznikly dva různé čtverce.
- Přemístěte tři zápalky tak, aby vznikly tři stejné čtverce.
- Přemístěte čtyři zápalky tak, aby vznikly tři stejné čtverce.
- Přemístěním dvou zápalek vytvořte sedm čtverců.
- Přemístěním čtyř zápalek vytvořte deset čtverců.

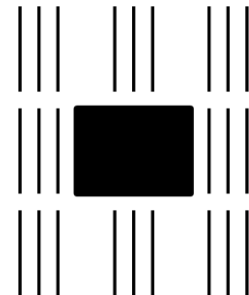


Řešení:

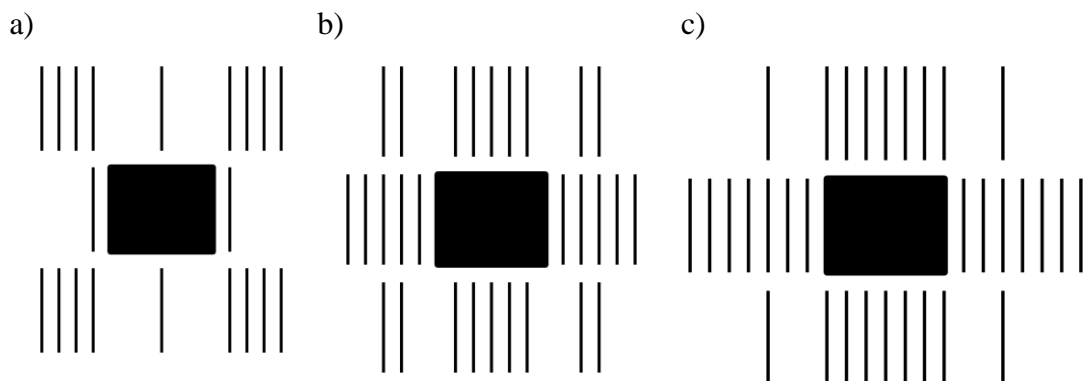


7. Na obrázku je uprostřed objekt, který hlídají vojáci. Velitel, aby si usnadnil počítání, spočítal vždy vojáky na jedné straně objektu. Mělo jich být devět.

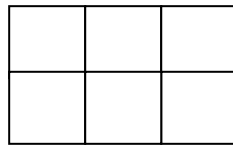
- Jenže čtyři vojáci odešli do města. Vojáky (zápalky) sestavte tak, aby zase vyšlo na každé straně devět.
- Čtyři vojáci se vrátili a přivedli si čtyři dívky. Sestavte zápalky tak, aby jich opět bylo na každé straně devět.
- Matky dívek začaly své dcery hledat. Zařadte je k vojákům a dívkám tak, aby jich vyšlo opět devět na každé straně.



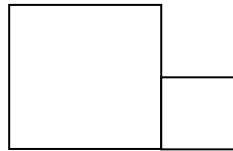
Řešení:



8. Na obrázku vidíte sedmnáct zápalek složených do šesti malých čtverců. Odstraňte šest serek tak, aby zbývající sirky utvořili dva čtverce.



Řešení:



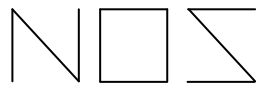
9. Přemístěte jednu zápalku tak, aby platila rovnost: $\frac{XXIII}{VII} = II$

Řešení: $\frac{XXII}{VII} = \pi$ (jedná se o přibližnou hodnotu)

10. Jak lze ze sedmnácti zápalek udělat dvacet, aniž nějakou přidáme nebo je rozlámeme na menší kousky?

Řešení:

11. Obrácení slova. Toto slovo se normálně čte zleva doprava; proti tomu nelze nic namítat.

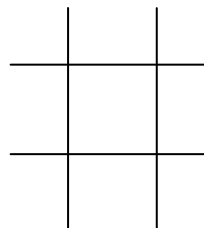


Přesto stačí přemístit pouhé 2 zápalky a totéž slovo lze číst tak, že bude začínat tam, kde teď končí a zase naopak.

Řešení:

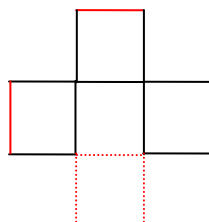
12. Zahradní plot.

- a) 3 zápalky přemístíme → 3 čtverce
b) 4 zápalky přemístíme → kříž

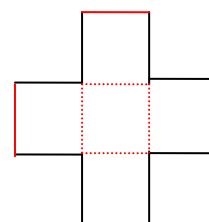


Řešení:

a)

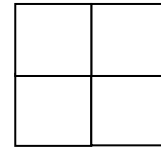
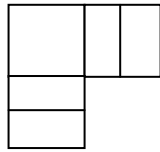


b)



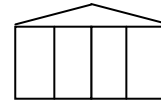
13. Obrazec 2 x 2. 12 zápalek vytváří 5 čtverců; jeden velký a 4 malé.
Přemístěním dvou zápalek vytvořte: 3 čtverce, 4 malé, 2 větší a 2 ještě větší obdélníky.

Řešení:



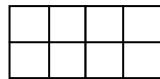
14. Chrám.

- a) 2 zápalky přemístíme → 11 čtverců
b) 4 zápalky přemístíme → 11 čtverců



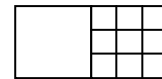
Řešení:

a)



8 malých čtverců a 3 velké

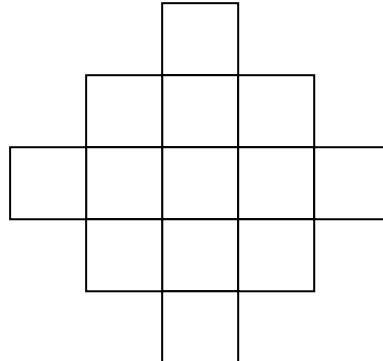
b)



9 malých čtverců a 2 velké

15. Rozdělení na polovinu

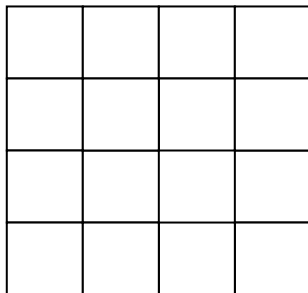
- a) Z kolika čtverců se skládá obrazec dole?
b) Kolik a které zápalky musíme odstranit, abychom počet čtverců obsažených v obrazci rozdělili na polovinu?



Řešení:

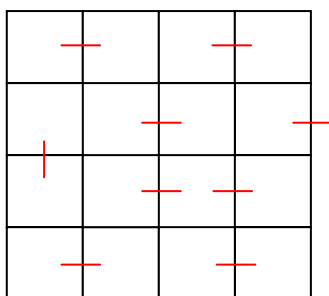
- a) V obrazci je obsaženo 18 čtverců (13 malých, 4 větší a 1 velký).
b) K zredukování počtu čtverců v obrazci na polovinu musíme odstranit 4 zápalky, které tvoří střední malý čtverec. Pak zůstane pouze 9 čtverců, tedy polovina z původních 18.

- 16. Minimum zápalek.** Ze 40 zápalek sestavíme následující obrazec. Obsahuje 16 čtverců prvního řádu, ale současně také 9 čtverců druhého řádu, 4 čtverce třetího řádu a velký čtverec čtvrtého řádu, který je tvořen vnějšími stranami obrazce.

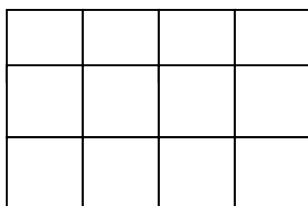


Zajímavou otázku položil Sam Loyd, slavný americký tvůrce matematických her. Jaký je nejmenší počet zápalek, které se musí odebrat, aby byly zrušeny obrysy všech 30 čtverců?

Řešení: Minimum zápalek je 9.



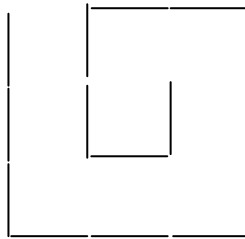
- 17. Maximum zápalek.** Z 31 zápalek složíme následující obrazec. Nyní z něj máme odebírat nepřetržitou řadu zápalek, řadu, která se bude vinout obrazcem jako pomyslný had. Odbočování a překřížení je dovoleno.



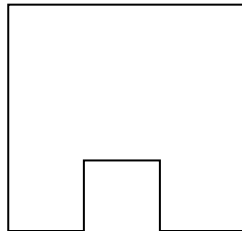
Řešení: Maximum zápalek je 27.

2	1 22	23 24	9 8 7
	3	4	5 6
	21	25	10
18 17	16 20 26	15	14 13
	19	27	12

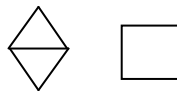
18. Spirála. 3 zápalky přemístíme tak aby nám vznikly 2 čtverce.



Řešení:

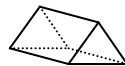


19. 9 zápalek tvoří 2 rovnostranné trojúhelníky a 1 čtverec.

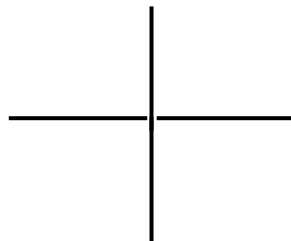


Přestavením všech zápalek máme vytvořit 2 rovnostranné trojúhelníky a 3 čtverce.

Řešení:

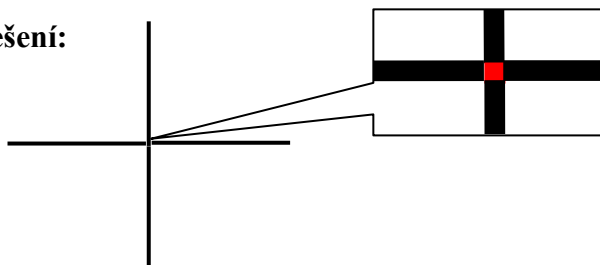


20. Kalkulova úloha. Nejzajímavější úloha pochází od samotného Kalkula. Podle svého zvyku pomalu a pečlivě položil na stůl 4 zápalky.



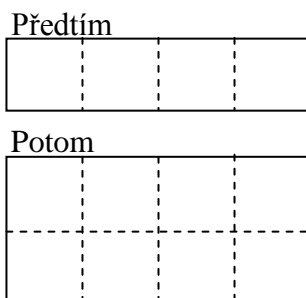
A potom nám zadal úkol: Přemístěte jednu zápalku tak, aby vznikl čtverec.

Řešení:

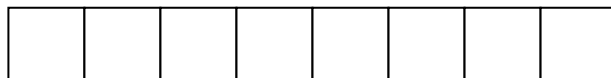


21. A nyní jedna úloha známá již ve středověku. Ovčák měl 10 ohrad. Jednoho dne musel opatrovat dvojnásobný počet ovcí. Přidal ještě 2 ohrady a rázem měl pro svá zvířata dvakrát tolik místa než dříve. Jak byly rozestavěny ohrady předtím a jak potom?

Řešení:

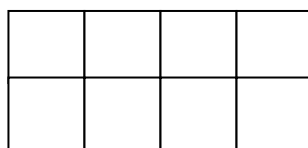


22. Sedlák měl 8 koz a každou z nich ohradil 4 z celkem 25 ohrad. Jedné noci mu kdosi 3 ohrady ukradl; kozu našťestí žádnou. Sedlák tedy kotce přestavěl tak, že každou kozu mohl i nyní umístit samostatně.

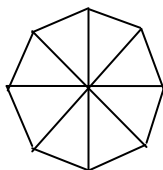


Jak to sedlák udělal a kolik ohrad mohl ještě odebrat, aby mu přesto zůstala každá koza uzavřena jednotlivě?

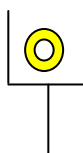
Řešení:



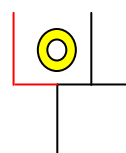
Mohl odebrat ještě 6 ohrad.



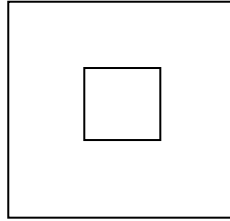
23. Převod zlata. Na lopatce leží mince. Je třeba přemístit 2 zápalky tak, aby se mince ocitla mimo lopatku, přičemž s mincí samotnou i ostatními zápalkami se nesmí hýbat.



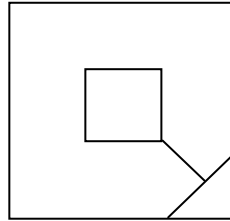
Řešení:



24. Jak na ostrov? Ze 4 zápalek vyznačíme ostrov a z dalších 12 rybník. Ostrov je od břehu vzdálen tak, že vodu nelze přímo přemostit jednou zápalkou. Umíme udělat stabilní most na ostrov z 2 zápalek?



Řešení:



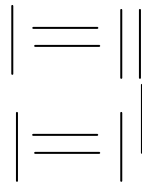
25. Dokažte, že polovina z 12=7 $X||$

Řešení: Polovina z 12 (římských) je 7. Nahoře normálně, dole zrcadlově.



26. Následující rovnici je třeba uvést do pořádku přemístěním jedné zápalky.

Řešení: $(1=1^1)$



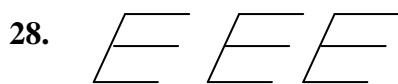
27. Přemístěte dvě zápalky tak abyste dostali rovnost.

(Čtverec zde představuje nulu.)



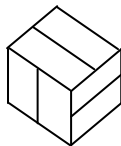
Řešení: $(20 \cdot 5 = 100)$



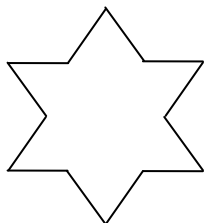


Daná 3 „E“ uspořádáme tak, aby v jednom obrazci vzniklo 6 kosodélníků, 3 kosočtverce a 1 šestiúhelník.

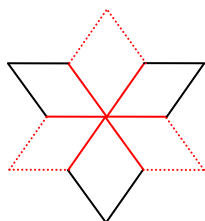
Řešení:



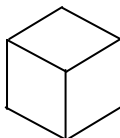
29. Proměnlivá hvězda. Přemístěním 6 zápalek nám vzniknou 3 kosočtverce.



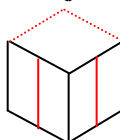
Řešení:



30. V obrazci dole přesuneme 2 zápalky tak, abychom dostali 4 kosodélníky a 2 kosočtverce.

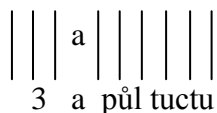


Řešení:

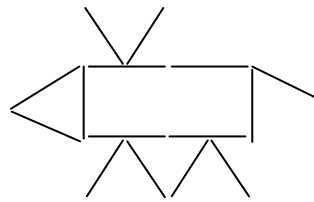


31. Z devíti zápalek tři a půl tuctu. Z 9 zápalek udělejte tři a půl tuctu, aniž nějakou přidáte nebo je rozlámete na menší kousky.

Řešení: Položíme tři zápalky zvlášť šest také zvlášť – na jedné straně jsou pohromadě tři zápalky a na druhé půl tuctu.

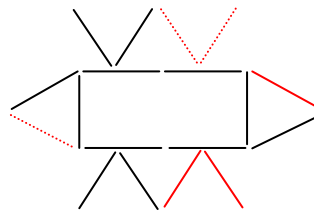


32. Mazaný pejsek. Nejdříve z 15 zápalek vytvoříme podobu psa, který se dívá vlevo.



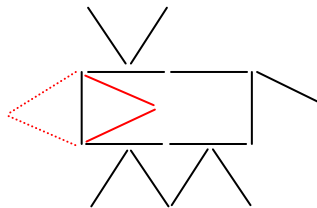
Přemístíme-li 3 zápalky, pes už nehledí vlevo ale vpravo. Jak to uděláme?

Řešení:

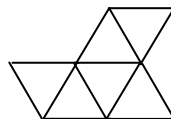


Náš mazaný pejsek si ale pomyslel: K tomu přece stačí pouhé 2 zápalky! Je na vás zjistit, které zápalky to jsou.

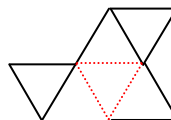
Řešení: Pes otáčí doprava pouze hlavu, k čemuž stačí přemístit jen 2 zápalky.



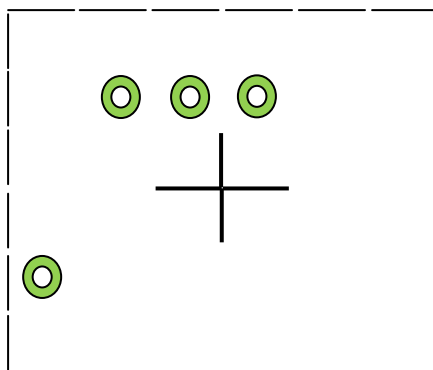
33. Z 6 udělej 3. Pokud ze základního obrazce odebereme 3 zápalky, zůstanou nám pouze 3 trojúhelníky. Jak to uděláme?



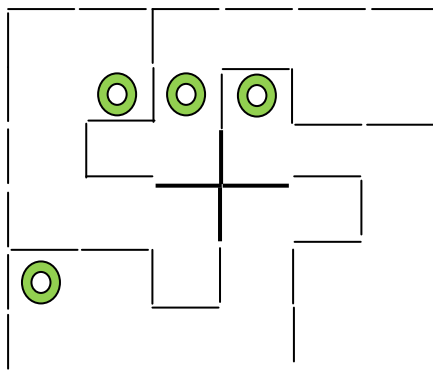
Řešení:



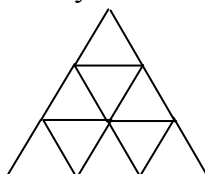
34. Dělení pozemku. „Takže vážení přítomní,“ řekl notář čtyřem dědicům, „takto vypadá výchozí situace. Je zde čtvercový pozemek se čtyřmi stromy. V jeho středu se nachází pramen, k němuž má mít každý přístup. Navíc má každý z vás dostat stejně velkou a shodnou část pozemku.“ „To je pěkné, ale je to vůbec možné?“ chtěl vědět jeden z dědiců. „Váš strýc prohlásil, že to jde,“ odpověděl notář, „a buďte mu za to vděční, protože v opačném případě by dědictví podle závěti propadlo ve prospěch Gymnázia F. X. Šaldy!“



Řešení:

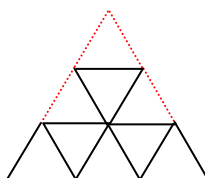


35. Z 13 udělejte 5. Z 18 zápalek vytvoříme 13 rovnostranných trojúhelníků; 9 malých, 3 střední a jeden velký.

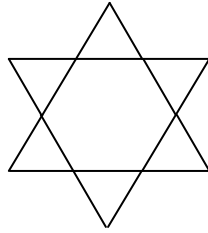


Nyní odeberte pouze 5 zápalek tak, aby zůstalo 5 trojúhelníků.

Řešení:

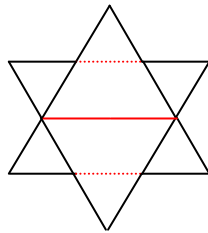


36. Davidova hvězda. Tento obrazec má 8 trojúhelníků, 6 malých a 2 velké.



Úloha zní: Přemístěním 2 zápalek má vzniknout obrazec, který bude mít jen 6 trojúhelníků, a ani o jeden navíc.

Řešení: Nový obrazec má 4 malé a 2 velké trojúhelníky.

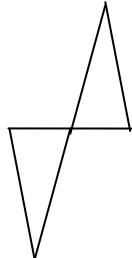


37. Rovnoramenné trojúhelníky.

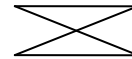
- Z 5 zápalek vytvoříme 2 rovnoramenné trojúhelníky, které budou mít společný pouze jediný bod.
- Uděláme ze 4 zápalek 2 rovnoramenné trojúhelníky, které budou mít společný pouze jediný bod.

Řešení:

a)



b)

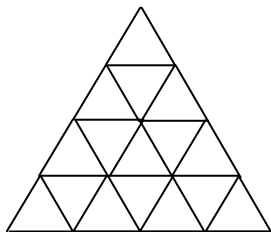


9.3 Strategické hry se zápalkami

1. hra: Na stole leží 15 zápalek. Hrají dva hráči, kteří střídavě odebírají jednu, dvě nebo tři zápalky. Prohrává hráč, na něhož zbude poslední zápalka. Určete strategii, která jednoho z hráčů povede s jistotou k vítězství.

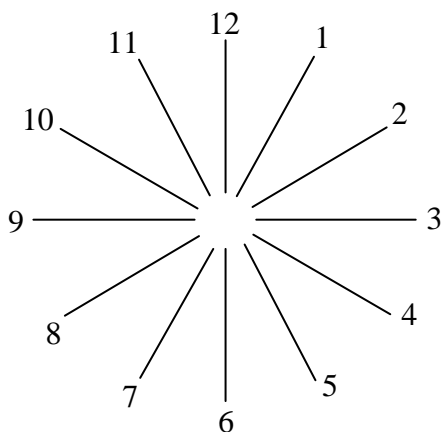
Řešení: Hráč, který začíná, může vždy vyhrát. Dosáhne toho tak, že poprvé vezme dvě zápalky a potom vždy $(4 - n)$ zápalek, kde n je počet zápalek, které odebral druhý hráč v předešlém kole.

2. hra: Nyní pro změnu nabízím následující hru pro dvě osoby. Vymyslel ji *Graeme Harriot* a představil v časopisu *Games Et Puzzles*. Z 30 zápalek vytvoříme následující obrazec. Je složen z 16 malých, 7 větších, 3 ještě větších a 1 největšího trojúhelníku.



Hráči střídavě z obrazce odebírají po jedné zápalkě. Při každém odebírání musí být zlikvidován přinejmenším jeden z 27 trojúhelníků. Nakonec vyhrává ten, kdo dokáže jako poslední zlikvidovat trojúhelník.

3. hra: Poslední hra, zase pro dvě osoby, se jmenuje hodiny. Vymyslel ji *Harry Woollerton* a publikoval v časopisu *Games Et Puzzles*. 12 zápalek rozložíme do podob čísel hodinového ciferníku. Jednotlivé pozice si můžeme také předem vyznačit tužkou na papír.



Hráči střídavě odebírají 1 až 3 zápalky ležící bezprostředně vedle sebe. Sirka na místě čísla 12 na ciferníku se smí odebrat až v posledním kole hry. Prohraje ten, kdo udělá poslední tah a musí tedy odebrat zápalku v pozici 12.

10. Zebry

10.1 Co to jsou Zebry

Zebra je typ hlavolamu, kde jsou na začátku dány nějaké informace (věci, barvy, oblečení, osoby, jména, místa, záliby atd.), které se mohou v jistém smyslu rozřadit do skupin. Dále jsou známy tzv. „vazbové podmínky“. Naším úkolem tedy je, abychom dané předměty seskupili tak, aby vyhovovaly všem vazbovým podmínkám zároveň a abychom mohli s jistotou odpovědět na zadané otázky.

10.2 Způsoby řešení

1. způsob řešení

Nejlepší bude ukázat si to na příkladě:

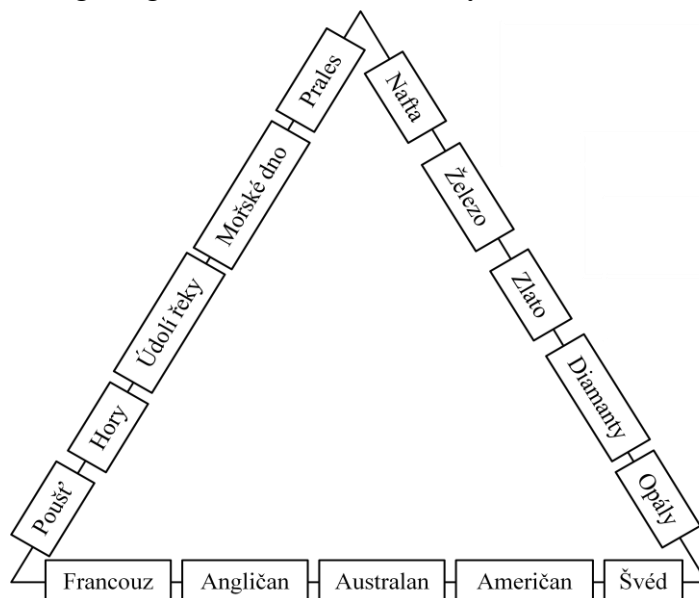
„Pět geologů se vybralo do různých oblastí, aby tam pátrali po nových nalezištích. Každý muž byl jiné národnosti a našel jiný druh nerostného bohatství v jiném typu krajiny:“

1. Australan zkoumal poušť.
2. Naftu našel Američan.
3. Železo bylo v horách.
4. Zlato nenašel Australan.
5. Angličan hledal v údolí řeky.
6. Francouz narazil na diamanty.
7. Diamanty nebyly na mořském dně.

Odpovězte na tyto otázky:

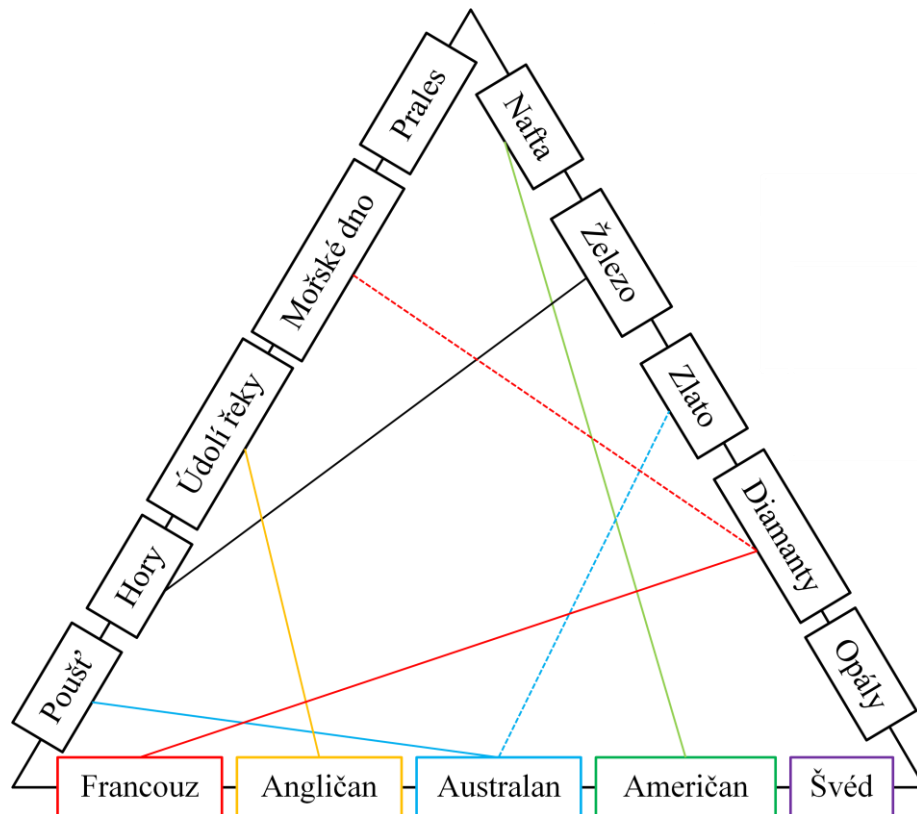
1. Co bylo v pralese?
2. Kde se našly opály?
3. Co bylo na mořském dně?
4. Kdo našel zlato?
5. Co objevil Švéd? "

Po přečtení následující úlohy musíme nejdříve porovnat základní údaje. Zjistit jaké jsou zde „kategorie informací“. V našem případě národnosti geologů, naleziště a suroviny, které geologové objevili. Abychom mohli začít řešit, musíme si nejprve narysovat trojúhelník (nejlépe rovnostranný), na jehož stranách budou ony kategorie (tzn. na straně *a* budou geologové, na straně *b* suroviny a na straně *c* naleziště).



Víme tedy, že zde máme 15 rozdílných údajů a my je potřebujeme seskupit do pěti trojic (pěti trojúhelníků). Proto budeme spojovat vždy plnou čarou ty obdélníčky, které spolu nějak souvisejí, a přerušovanou čarou obdélníčky, které spolu naopak nesouvisejí.

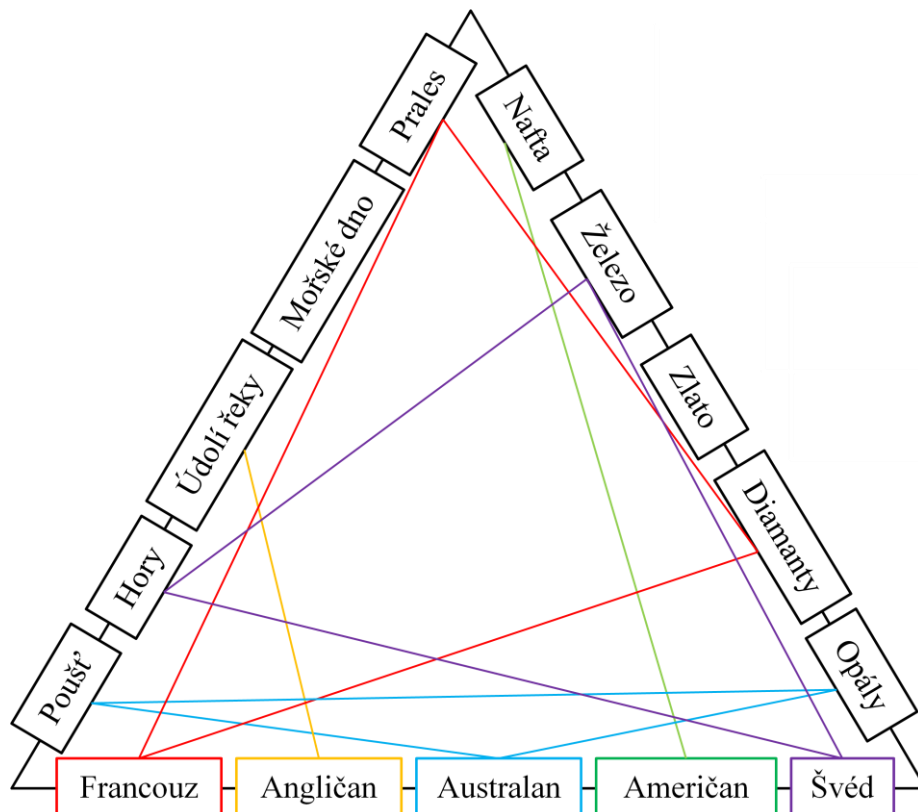
Pozn.: Je dobré označit si každý údaj z jedné kategorie informací jinou barvou a tu pak dále při řešení používat. Černou barvu mezi železem a horami jsem použil proto, protože ještě nevím, jaké národnosti obě dvě informace náleží.



Nyní trochu úvahy. Co našel Australan? Zlato ne, naftu našel Američan, na diamanty narazil Francouz; železo bylo v horách, Australan hledal v poušti. Zbývají opály. Spojme si opály s Australanem a políčka **Australan-poušť-opály**. Přerušovanou čáru mezi Australanem a zlatem můžeme pro přehled vymazat.

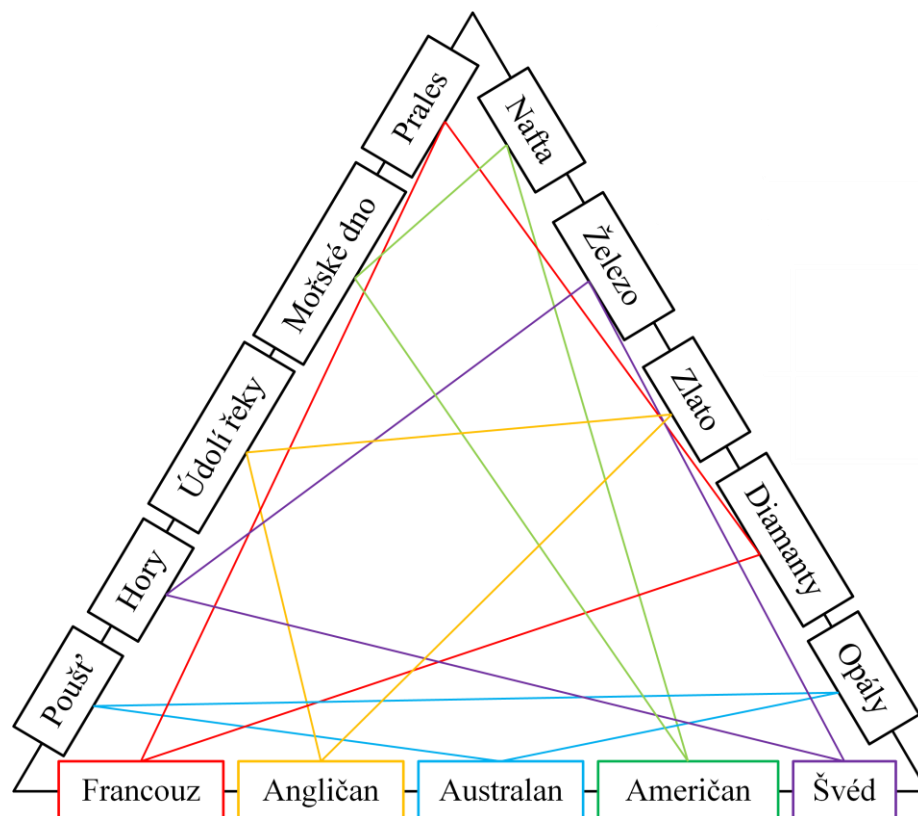
Kde hledal Francouz? V poušti hledal Australan, v údolí řeky Angličan; nehledal ani v horách – tam bylo železo a ne diamanty; taky nehledal na mořském dně, protože tam se diamanty nenalézaly. Zbývá prales, takže si spojíme Francouze s pralesem a máme další trojici **Francouz-prales-diamanty**. Zase můžeme zrušit přerušovanou čáru.

Kdo objevil železo v horách? Nebyl to ani Australan ani Francouz; Angličan hledal v údolí řeky, Američan našel naftu. Zůstal nám Švéd. Opět spojíme **Švéd-hory-železo**.



Kde našel Američan naftu? V prašese ne, tam byly diamanty; v poušti taky ne, tam byly opály; v horách se objevilo železo, v údolí řeky zkoumal Angličan. Takže ji našel na mořském dně. Další trojice: **Američan-mořské dno-nafta**.

Angličan zůstal poslední, jeho trojici určitě doplníte snadno. **Angličan-údolí řeky-zlato**.



Nyní nám zbývá jen odpovědět na otázky ze zadání. Odpověď by měla být slovní, jelikož úlohy se zebraми jsou slovní úlohy.

1. V pralese byly diamanty.
2. Opály se našly na poušti.
3. Na mořském dně byla nafta.
4. Zlato našel Angličan.
5. Švéd objevil železo.

Pozn.: Pokud se stane, že objevíte zebra se čtyřmi kategoriemi informací, nakreslíte si místo trojúhelníka čtverec (obdélník) a uvnitř vám budou vznikat uzavřené čtyřúhelníky. Obdobně můžeme takové úlohy řešit pro pět, šest i sedm kategorií. S více kategoriemi informací je tento postu řešení nepřehledný a zdlouhavý.

2. způsob řešení

Druhý způsob řešení si ukážeme také na příkladě. Použiji zadání z předešlé úlohy.

„Pět geologů se vybralo do různých oblastí, aby tam pátrali po nových nalezištích. Každý muž byl jiné národnosti a našel jiný druh nerostného bohatství v jiném typu krajiny:“

1. Australan zkoumal poušť.
2. Naftu našel Američan.
3. Železo bylo v horách.
4. Zlato nenašel Australan.
5. Angličan hledal v údolí řeky.
6. Francouz narazil na diamanty.
7. Diamanty nebyly na mořském dně.

Odpovězte na tyto otázky:

1. Co bylo v pralese?
2. Kde se našly opály?
3. Co bylo na mořském dně?
4. Kdo našel zlato?
5. Co objevil Švéd?‘‘

Nyní si nakreslíme schéma takové, jaké je na této stránce. (Kolik na něm bude schodů, záleží na počtu kategorií informací, v našem případě tři – národnost geologů, naleziště a suroviny. Trik spočívá v tom, že kladné informace zakreslíme kolečkem a záporné křížkem.

		Národnost					Suroviny					Naleziště				
Francouz	Angličan	Australan	Američan	Švéd	Nafta	Železo	Zlato	Diamanty	Opály	Poušť	Hory	Údolí řeky	Mořské dno	Prales		
x	x	o	x	x												
		x														
		x														
		x														
		x														

Takto vypadá schéma po zaškrtnání odpovědí na první vazbovou podmínku.

Francouz	Národnost																		
	Angličan																		
		Australan																	
			Američan																
				Švéd															
X	X	X	○	X	Nafta	Suroviny													
X			X			Železo													
X		X	X				Zlato												
○	X	X	X	X				Diamanty											
X			X						Opály										
X	X	○	X	X		X				Poušť	Naleziště								
	X	X			X	○	X	X	X		Hory								
X	○	X	X	X		X						Údolí řeky							
	X	X				X		X					Mořské dno						
	X	X				X									Prales				

Toto je schéma po doplnění všech vazbových podmínek.

Nyní musíme, stejně jako v předešlém způsobu řešení, použít naši logiku. Co našel Australan? Zlato ne, naftu našel Američan, na diamanty narazil Francouz; železo bylo v horách, Australan hledal v poušti. Zbývají opály.

Kde hledal Francouz? V poušti hledal Australan, v údolí řeky Angličan; nehledal ani v horách - tam bylo železo a ne diamanty; taky nehledal na mořském dně, protože tam se diamanty nenalézaly. Jediná možnost, která přichází v úvahu, je prales.

Kdo objevil železo v horách? Nebyl to ani Australan ani Francouz; Angličan hledal v údolí řeky, Američan našel naftu. Zůstal nám Švéd.

Kde našel Američan naftu? V pralese ne, tam byly diamanty; v poušti taky ne, tam byly opály; v horách se objevilo železo, v údolí řeky zkoumal Angličan. Takže ji našel na mořském dně.

Francouz	Národnost																		
	Angličan																		
		Australan																	
			Američan																
				Švéd															
X	X	X	○	X	Nafta	Suroviny													
X	X	X	X	○		Železo													
X		X	X	X			Zlato												
○	X	X	X	X				Diamanty											
X	X	○	X	X					Opály										
X	X	○	X	X		X				Poušť	Naleziště								
X	X	X	X		X	○	X	X	X		Hory								
X	○	X	X	X		X						Údolí řeky							
X	X	X	○			X		X					Mořské dno						
○	X	X	X	X		X									Prales				

Políčka Národnost-Suroviny a Národnost-Naleziště doplníme tak, že do každého „čtverce“ (5 x 5 políček) musíme doplnit tolik koleček, kolik informací obsahuje každá kategorie informací. V našem případě tedy pět. Dále musí být v každém řádku a každém sloupci jedno kolečko.

Nyní potřebujeme doplnit poslední políčka Suroviny-Naleziště: Odkud se těžila nafta? Naftu těžil a Američan a získával ji z mořského dna. Kde bylo objeveno zlato? Zlato doloval Angličan v údolí řeky. Obdobným způsobem doplníme i diamanty a opály...

Francouz	Národnost				Švéd	Nafta	Železo	Zlato	Diamanty	Opály	Poušť	Hory	Údolí řeky	Mořské dno	Prales
	Angličan	Australan	Američan												
X	X	X	○	X											
X	X	X	X	○											
X	○	X	X	X											
○	X	X	X	X											
X	X	○	X	X											
X	X	X	X	X	X	X	X	X	x	○					
X	X	X	X	○	X	○	X	X	X	X					
X	○	X	X	X	X	X	○	X	X	X					
X	X	X	○	X	○	X	X	X	X	X					
○	X	X	X	X	X	X	X	X	○	X					

Takto vypadá vyplněná tabulka. Ještě zbývá odpovědět na otázky ze zadání.

1. V pralesě byly diamanty.
2. Opály se našly na poušti.
3. Na mořském dně byla nafta.
4. Zlato našel Angličan.
5. Švéd objevil železo.

Pozn.: Tímto způsobem můžeme snadno řešit i úlohy, které obsahují více kategorií informací.

3. způsob řešení

Zase použijí pro srovnání stejný příklad jako v minulých způsobech řešení.

„Pět geologů se vybralo do různých oblastí, aby tam pátrali po nových nalezištích. Každý muž byl jiné národnosti a našel jiný druh nerostného bohatství v jiném typu krajiny:“

1. Australan zkoumal poušť.
2. Naftu našel Američan.
3. Železo bylo v horách.
4. Zlato nenašel Australan.
5. Angličan hledal v údolí řeky.
6. Francouz narazil na diamanty.
7. Diamanty nebyly na mořském dně.

Odpovězte na tyto otázky:

1. Co bylo v pralesě?
2. Kde se našly opály?
3. Co bylo na mořském dně?
4. Kdo našel zlato?
5. Co objevil Švéd? “

Tento způsob řešení spočívá v tom, že si připravíme tabulku jako na obrázku dole, čteme si vazbové podmínky a umazáváme to, o čem jsme přesvědčeni, že do daného políčka nepatří. Některé vazbové podmínky nebudeme moci zapsat, proto je přeskočíme a vrátíme se k nim později.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Angličan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Australan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Američan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Švéd	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales

1. První vazbová podmínka: „*Australan zkoumal poušť.*“ Proto ze sloupečku naleziště u Australana umažeme vše ostatní kromě poušti.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Angličan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Australan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť
Američan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Švéd	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť, hory, údolí řeky, mořské dno, prales

2. U ostatních národností umažeme poušť, protože na té hledal přece Australan.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Angličan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Australan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	poušť
Američan	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Švéd	nafta, železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales

3. Stejným způsobem uděláme druhou vazbovou podmínku.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Angličan	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Australan	železo, zlato, diamanty, opály	poušť
Američan	nafta	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Švéd	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales

4. U třetí vazbové podmínky máme problém a nemůžeme ji zaznamenat. Zapamatujeme si ji a zatím přeskočíme.
 5. Čtvrtou vazbovou podmínku zapíšeme tak, že vymažeme z řádku Australana zlato.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Angličan	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Australan	železo, diamanty, opály	poušť
Američan	nafta	hory, údolí řeky, mořské dno, prales
Švéd	železo, zlato, diamanty, opály	hory, údolí řeky, mořské dno, prales

6. Pátou a šestou vazbovou podmínku zaznamenáme snadno.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	diamanty	hory, mořské dno, prales
Angličan	železo, zlato, opály	údolí řeky
Australan	železo, opály	poušť
Američan	nafta	hory, mořské dno, prales
Švéd	železo, zlato, opály	hory, mořské dno, prales

7. Poslední vazbová podmínka zní: „*Diamanty nebyly na mořském dně.*“ Najdeme si tedy ve sloupci suroviny diamanty a ze sloupce naleziště ve stejném řádku odstraníme mořské dno.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	diamanty	hory, prales
Angličan	železo, zlato, opály	údolí řeky
Australan	železo, opály	poušť
Američan	nafta	hory, mořské dno, prales
Švéd	železo, zlato, opály	hory, mořské dno, prales

8. Teď se musíme vrátit k vazbové podmínce, kterou jsme vynechali: „*Železo bylo v horách.*“ Železo mohl těžit Angličan, Australan nebo Švéd. Jelikož železo se má nacházet v horách, Angličan a Australan z výběru vypadávají. Zaznamenáme toto zjištění.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	diamanty	prales
Angličan	zlato, opály	údolí řeky
Australan	opály	poušť
Američan	nafta	mořské dno, prales
Švéd	železo	hory

9. Zbyly nám poslední dvě dvojice nedořešených údajů. Angličan mohl objevit buď zlato, nebo opály. Protože ale opály našel Australan, zbývá na Angličana zlato. Stejně i u Američana a jeho naleziště.

Národnosti	Suroviny	Naleziště
Francouz	diamanty	prales
Angličan	zlato	údolí řeky
Australan	opály	poušť
Američan	nafta	mořské dno
Švéd	železo	hory

Takto vypadá konečná tabulka a nám stačí jen odpovědět na otázky ze zadání.

1. V pralese byly diamanty.
2. Opály se našly na poušti.
3. Na mořském dně byla nafta.
4. Zlato našel Angličan.
5. Švéd objevil železo.

10.3 Nejznámější zebry

Proč se těmto úlohám vůbec říká Zebry? Jedno z možných vysvětlení: Zebra se tomuto hlavolamu začalo říkat, protože v té úplně první úloze, která se po Evropě rozšířila, se ptali: „**Kdo chová zebra?**“ Podobnou úlohu uvedu níže.

Zebra vodu nepije

V jedné ulici v cizinecké čtvrti stojí vedle sebe pět domků různých barev. V každém z nich žije muž jiné národnosti, v každém se pije jiný oblíbený nápoj, v každém se chová jiné zvíře a v každém z domků je oblíben jiný sport.

1. Angličan bydlí v červeném domku.
2. Španěl chová psa.
3. Káva se pije v zeleném domku.
4. Polák pije vodku.
5. Zelený domek stojí vpravo vedle domku bílého (z pohledu pozorovatele domků).
6. Fotbalista pěstuje hlemýžď.
7. Ve žlutém domku bydlí cyklista.
8. Mléko se pije v prostředním domku.
9. V prvním domku bydlí Nor.
10. Nesportovec bydlí vedle domku, v němž je chována liška.
11. Domek cyklisty sousedí s domkem, v němž je chován kůň.
12. Zápasník pije pomerančovou šťávu.
13. Japonec je hokejista.
14. Nor bydlí vedle modrého domku.
15. V jednom domku se pije voda.
16. V jednom domku je chována zebra.

Kdo chová zebra a kdo pije vodu?

Řešení: Zebra chová Japonec a vodu pije Nor.

Dům (zleva)	Národnost	Nápoj	Sport	Zvíře
žlutý	Nor	voda	cyklista	liška
modrý	Polák	vodka	nesportovec	kůň
červený	Angličan	mléko	fotbalista	hlemýžď
bílý	Španěl	pomerančová šťáva	zápasník	pes
zelený	Japonec	káva	hokejista	zebra

Další známou Zebrou je **Einsteinův kvíz**. Tento kvíz vytvořil v minulém století *Albert Einstein*. Říkal, že 98% lidí jej vůbec nevyřeší. Můžete si to zde zkusit.

Je 5 domů, z nichž každý má jinou barvu. V každém domě žije jeden člověk, který pochází z jiného státu. Každý majitel pije jeden nápoj, kouří jeden druh cigaret a chová jedno zvíře. Žádný z nich nepije stejný nápoj, nekouří stejný druh cigaret a nechová stejné zvíře.

1. Brit bydlí v červeném domě.
2. Švéd chová psa.
3. Dán pije čaj.
4. Zelený dům stojí ihned nalevo od bílého.
5. Majitel zeleného domu pije kávu.
6. Ten, kdo kouří PallMall, chová ptáka.
7. Majitel žlutého domu kouří Dunhill.
8. Ten, kdo bydlí přesně uprostřed řady domů, pije mléko.
9. Nor bydlí v prvním domě.
10. Ten, kdo kouří Blend, bydlí vedle toho, kdo chová kočku.
11. Ten, kdo chová koně, bydlí vedle toho, kdo kouří Dunhill.
12. Ten, kdo kouří BlueMaster, pije pivo.
13. Němec kouří Prince.
14. Nor bydlí vedle modrého domu.
15. Ten, kdo kouří Blend, má souseda, který pije vodu.

Kdo chová rybičky?

Řešení:

Rybičky chová Němec.

Dům	Národnost	Nápoj	Cigarety	Zvíře
žlutý	Nor	voda	Dunhill	kočka
modrý	Dán	čaj	Blend	kůň
červený	Brit	mléko	Pall Mall	pták
zelená	Němec	káva	Prince	rybičky
bílá	Švéd	pivo	BlueMaster	pes

10. 4 Úlohy

1. Po deseti letech se setkala šest kamarádů, kteří spolu sloužili na vojně. Každý má své křestní jméno, příjmení a jinou barvu vlasů.

1. Na staré zážitky vzpomínal Couval spolu s Arnoštem, Pavlem a prošedivělým mužem.
2. Hnědovlasý Bedřich a Karel Dufek pracující nyní v témže závodě.
3. Ryšavý má zrzavé vlasy.
4. Černovlasý Liberecký, světlavý Emil a Stočes jsou fanoušky Sparty.
5. Fousek, Václav a muž s parukou pracují jako úředníci.
6. Dufek nemá šedivé vlasy.
7. Pavel se nejmenuje Liberecký.
8. Emil se nejmenuje Couval.

Který z kamarádů je holohlavý a proto nosí paruku?

Řešení:

Holohlavý je Karel Dufek.

Příjmení	Jméno	Vlasy
Couval	Bedřich	hnědovlasý
Liberecký	Arnošt	Černovlasý
Fousek	Emil	Světlovlasý
Dufek	Karel	holohlavý-paruka
Ryšavý	Pavel	Zrzavý
Stočes	Václav	prošedivělý

2. Novomanželé. Pátek třináctého si vybraly za svůj svatební den čtyři páry snoubenců, kteří pracovali ve stejném podniku. Byli to Bohouš, Igor, Miloš, Petr, Alena, Eva, Hana a Vlasta. Novomanželé Rabasovi, Solničtí, Toužimští a Zimníkovi potom uspořádali společný svatební oběd pro příbuzné a přátele.

1. Alena se provdala za Petra, který se nejmenuje Solnický.
2. Miloš Toužimský nemá manželku Vlastu.
3. Igor se nejmenuje Rabas ani Zimník.
4. Novomanželka Rabasová se nejmenuje Eva ani Hana.
5. Hana si nevzala Bohouše ani Igora.
6. Zimník se nejmenuje Petr.
7. Evin manžel není Bohouš.

Kdo si koho vybral? Určete plná jména všech novomanželů. (Pro úplnost je třeba říci, že všechny novomanželky přijaly jména svých mužů.)

Řešení:

Bohouš a Vlasta Zimníkovi

Miloš a Hana Toužimští

Igor a Eva Solničtí

Petr a Alena Rabasovi

3. Všestranní přátelé. Emil, Luděk, Oldřich a Zdeněk jsou spolupracovníky a kamarády, ale vedle společných zájmů mají další záliby: jeden je filatelista, druhý hádankář, třetí rybář a čtvrtý zahrádkář. Všichni čtyři také dělají různé sporty: házenou, kopanou, odbíjenou a plavání. Své vzdělání si naši přátelé zlepšují studiem cizích jazyků: angličtiny, němčiny, francouzštiny a ruštiny.

1. Emil hraje závodně kopanou.
2. Odbíjenkář studuje po zaměstnání němčinu.
3. Náruživý rybář se učí francouzsky.
4. Házenou hraje Zdeněk,
5. Hádankář se učí anglicky.
6. Luděk nechodí do hodin němčiny.
7. Oldřich nemá zahrádku.
8. Angličtinu nestuduje Luděk ani házenkář.
9. Zdeněk se neučí francouzsky.

Kdo hraje odbíjenou? Který ze spolupracovníků je rybářem? Jaký jazyk studuje fotbalista?

Řešení:

Odbíjenou hraje Oldřich. Rybářem je Luděk. Fotbalista studuje angličtinu.

Jméno	Sport	Jazyk	Záliba
Emil	fotbal	angličtina	hádkankář
Luděk	plavání	francouzština	rybář
Oldřich	odbíjená	němčina	filatelista
Zdeněk	házená	ruština	zahrádkář

4. Na lehkotletické přebory kraje byla vyslána z gymnázia F. X. Šaldy tři děvčata: Alena, Jitka a Květa. Každá z nich startovala v jedné z těchto disciplín: Běh na 100 metrů, skok daleký a hod oštěpem. Jedna z nich skončila na třetím místě, jedna na druhém a jedna ve své disciplíně zvítězila.

1. Alena nestartovala v hodu oštěpem.
2. V běhu na 100 metrů skončila jedna z dívek třetí.
3. Alena zvítězila.
4. Květa nebyla druhá.

Které z děvčat bylo druhé? Jak skončilo děvče, které reprezentovalo v dálce?

Řešení:

Stříbrnou medaili si odvezla Jitka. Dívka, která reprezentovala ve skoku dalekém, skončila na 1. místě.

Jméno	Umístění	Disciplína
Alena	1. místo	skok daleký
Jitka	2. místo	hod oštěpem
Květa	3. místo	běh na 100 metrů

5. Bylo jich pět a všichni sloužili na vojně v jedné moravské posádce. Všichni fandili místnímu fotbalovému klubu. Dva měli manželky na Slovensku, ostatní v Čechách. O jedné neděli jsme je zastihli všech pět manželských párů na ligovém zápase.

1. Vojtěchova manželka přijela z Budějovic.
2. Emilova žena je Božena.
3. Evin manžel je dělostřelec.
4. Eva bydlí v Plzni.
5. Podporučíkova manželka žije na Slovensku.
6. Dášin manžel je četař.
7. Letec je desátník a ženista je vojín.
8. Pavel je spojař a Karel je svobodník.
9. Tankistova žena Zdena cestovala letadlem z Košic.
10. Ženistova manželka přijela autostopem z Prahy.
11. O Marii víme jen tolik, že nepřišla ze Slovenska.
12. Emilova a Karlova manželka dosud nikdy nebyly na Slovensku.

Jakou hodnost má Josef a kdo je jeho manželka? Kteří manželé bydlí v Bratislavě?

Řešení:

Josef je podporučíkem, jeho manželka je Zdena. V Bratislavě bydlí manželé Pavel a Dáša.

Jméno	Město	Manželka	Zaměření	Hodnost
Vojtěch	Budějovice	Marie	letec	desátník
Emil	Praha	Božena	ženista	vojín
Pavel	Slovensko (Bratislava)	Dáša	spojař	četař
Karel	Plzeň	Eva	dělostřelec	svobodník
Josef	Košice	Zdena	tankista	podporučík

6. Ve třech různých domech žijí tři muži různých národností. Každý má své zvířátko a pije něco jiného.

1. Muž, který žije v posledním domě, pije mléko.
2. Španěl má psa.
3. Ukrajinec pije čaj.
4. Nor žije v prvním domě vedle muže, který pije čaj.
5. Muž, který pije džus, chová lišku.

Kdo má zebra? Kdo pije džus?

Řešení:

Zebra chová Ukrajinec a džus pije Nor.

Pořadí domu	Národnost	Zvíře	Pití
1.	Nor	liška	džus
2.	Ukrajinec	zebra	čaj
3.	Španěl	pes	mléko

7. Do Českého ráje vyjely dvě dvojice horolezců zdolávat pískovcové homole. Příjmení a jména horolezců: Škoda, Leitner, Černý, Krajbiš, Petr, Karel, Láďa, Tonda.

1. Petr měl na sobě zelenou větrovku
2. V červené bundě nelezl Tonda.
3. Láďa Černý měl na sobě khaki košili.
4. S Tondou byl ve dvojici horolezec v červené bundě.
5. Horolezec Škoda neměl na sobě zelenou větrovku.
6. Petr si přivezl minulý rok z Elbrusu horskou protěž, kterou si tam také koupil.
7. Horolezec Krajbiš měl na sobě modré tričko.

Jak se který horolezec jmenoval, co měl na sobě a s kým byl ve dvojici?

Řešení:

Jméno	Příjmení	Oblečení	Dvojice
Petr	Leitner	zelená větrovka	1. dvojice
Láďa	Černý	khaki košile	1. dvojice
Karel	Škoda	červená bunda	2. dvojice
Tonda	Krajbiš	modré tričko	2. dvojice

8. Anička měla v knihovničce čtyři knížky. Každá kniha měla určitý počet stran a barvu desek.

1. Sbírka básní měla sto stran
2. Slovník v hnědých deskách měl dvakrát více stran než sbírka básní.
3. Dobrodružný román měl modré desky.
4. Žluté desky měla kniha s padesáti stranami.

Kolik stran měl humoristický román? Která kniha měla 150 stran? Která kniha měla bílé desky?

Řešení:

Humoristický román měl 50 stran. 150 stran měl Dobrodružný román. Kniha s bílými deskami byla sbírka básní.

Kniha	Počet stran	Barva desek
Básně	100	bílá
Slovník	200	hnědá
Dobrodružný román	150	modrá
Humoristický román	50	žlutá

9. Ve Spáleném Poříčí byl hon. Po honu se jeho účastníci sešli v místním hostinci. K jednomu stolu si sedli čtyři lovci.

1. Pan Velen vlastnil nádhernou kulovnici.
2. Jeden z lovců odstřelil dva bažanty a v hostinci si dal k jídlu buřty s cibulí.
3. Pan Hrbek si dal k jídlu pivní sýr.
4. Pan Baron střílel jednoho bažanta.
5. Pan Palivec uměl uvařit výborný kančí guláš.
6. Lovec, který zastřelil jednoho zajíce a žádného bažanta, si dal k jídlu turistický salám.
7. Jeden z lovců měl k jídlu ostravskou klobásu a zastřelil jen jednoho bažanta.
8. Pan Hrbek zastřelil jednoho zajíce a jednoho bažanta.

Co který z lovců na honu ulovil a co si dal v hostinci k jídlu?

Řešení:

Jméno	Úlovek	Jídlo
Palivec	2 bažanti	buřty s cibulí
Baron	bažant	ostravská klobása
Velen	zajíc	turistický salám
Hrbek	zajíc a bažant	pivní sýr

10. Karel, David a František mají povolání: tesař, malíř a instalatér. (Povolání nejsou ve stejném pořadí jako jména.)

1. Malíř nedávno sháněl tesaře, ale bylo mu řečeno, že tesař právě pracuje pro instalatéra.
2. Instalatér má lepší plat než malíř.
3. David má větší výdělek než Karel.
4. František nikdy neslyšel o Davidovi.

Kdo má jaké povolání?

Řešení:

Jméno	Povolání
David	malíř
Karel	tesař
František	instalatér

11. Sešlo se pět chlapců na tržišti afrického města. Jeden je přímo z města a každý ze zbývajících přijeli z jedné světové strany. Každý chová jedno mládě a každý má na sobě jinak barevné tričko a kalhoty.

1. Šestiletý chlapec má bílé tričko.
2. Sedmiletý chlapec chová lvíče
3. Osmiletý chlapec má modré kalhoty.
4. Devítiletý chlapec sedí první zleva.
5. Desetiletý chlapec přijel ze severu.
6. Od jihu přijel ten, který má modré tričko a sedí vpravo vedle žlutého trička.
7. Chovatel opičky má zelené kalhoty.
8. Prostřední v řadě pochází z města a má bílé kalhoty.
9. Chlapec v zeleném tričku má žluté kalhoty a nechová ani zebra ani žirafu.
10. Chovatel žirafy sedí vlevo vedle hochy v červených kalhotách, který nechová lvíče.
11. Chovatel antilopy přijel od západu a není nejmladší.
12. Je-li chovatel opičky devítiletý, pak má chovatel lva bílé tričko.
13. Chlapec v červeném tričku nesedí na kraji řady.

Kdo chová zebra?

Řešení:

Pořadí (zleva)	Původ	Věk	Tričko	Kalhoty	Zvíře
1.	západ	9	zelené	žluté	antilopa
2.	sever	10	červené	zelené	opička
3.	město	7	žluté	bílé	lvíče
4.	jih	8	modré	modré	žirafa
5.	východ	6	bílé	červené	zebra

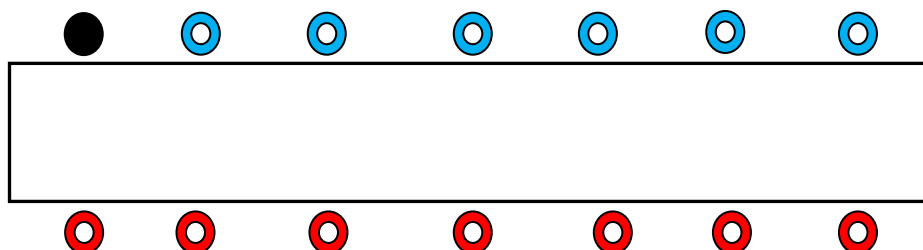
12. Sedm starých dobrých přátel se rozhodlo, že se na Silvestra sejdou i s manželkami v jednom pěkném klubu a společně oslaví příchod nového roku. I stalo se. Zasedli za podlouhlý stůl, manželky posadili naproti sobě, a jak to tak mezi přáteli v takový večer bývá, jedli, pili a hlavně povídali. Co kdo rád a nerad k večeři, co komu chutná ve skleničce, co děti (každý měl náhodou právě jedno), co... Kdo dobře poslouchal, zjistil, že:

- a) přátelé mají tato povolání: agronom, ekonom, chemik, lékař, stavař, strojař, veterinář
- b) jmenují se: Eda, Emil, Evžen, Jiří, Miloš, Petr, Řehoř
- c) jejich manželky mají tato jména: Anděla, Naďa, Sylva, Štěpánka, Ťapka (trochu divné, ale všichni jí tak říkali), Tereza, Ivona
- d) jejich děti se jmenují: Norbert, Kamila, Oldřich, Ota, Radek, Věra, Iveta
- e) každý manželský pár má chuť na jinou večeři: husu, kapra, kachnu, krocana, srnčí, šunku, zajíce
- f) pokud jde o víno, dává každá dvojice přednost jinému druhu: Bikaveru, Dimiatu, Ludmile, Frankovce, Mavrudu, Tramínu, Veltlínu
- g) každý pár má v oblíbenosti jiný tanec: valčík, polku, rumbu, twist, tango, čaču, mazurku

O celé společnosti jsou ještě známa tato fakta:

1. Strojař sedí mezi Edou a Petrem, kterého má po své pravici; k večeři si dá kapra.
2. Chemik má za manželku Terezu a pijí spolu Frankovku.
3. Štěpánka si pochutnává na huse a na Ludmile.
4. Kamilin otec je agronoma a sedí docela na kraji.
5. Miloš má po své pravici chemika, který se už nemůže dočkat, až spustí hudba rumbu.
6. Veterinář se svou ženou Sylvou sedí uprostřed.
7. Řehoř se rozčiluje, že se hraje málo tango; sedí vedle lékaře.
8. Matka Kamily, Ivona, si dala kachnu.
9. Anděla sedí vedle Sylvy a má dcerušku jménem Věra.
10. Evžen je otcem Radka; dívá se, jak se jeho soused potýká se srnčí kýtou.
11. Ekonom ekonomicky upíjí Veltlínu a ukrajuje šunky, zatímco jeho soused Jiří dokazuje všem, že: „tenhle zajíc je opravdu výtečný.“
12. Ťapka, sedící vedle Štěpánky, je maminkou Oty a pije Tramín.
13. Ivetin tatínek dává přednost především Mavrudu a polce.
14. Manželka stavaře Nad'a má zase raději Dimiat; kromě toho se jí náramně líbil twist, který právě dohráli.
15. Emil má před sebou sklenku Bikaveru a nohou si podupává svůj oblíbený valčíkový rytmus, kdežto Norbertův otec jen lakonicky konstatuje, že: „málo platný, mazurka je holt mazurka.“

Ještě hrubý orientační plánec stolu. (Lékař prý přišel první, a proto si výslovně přál, abychom jeho místo označili.)



Komu chutná krocan? Kdo tančí čaču? Kdo je otcem Oldřicha?

Řešení:

Krocan chutná Evženovi a Tereze. Čaču tančí Eda s Andělou. Otcem Oldřicha je Miloš.

lékař	strojař	ekonom	veterinář	chemik	stavař	agronom
Petr	Řehoř	Eda	Jiří	Evžen	Miloš	Emil
Štěpánka	Ťapka	Anděla	Sylva	Tereza	Nad'a	Ivona
Norbert	Ota	Věra	Iveta	Radek	Oldřich	Kamila
husa	kapr	šunka	zajíc	krocan	srnčí	kachna
Ludmila	Tramín	Veltlín	Mavrud	Frankovka	Dimiat	Bikaver
mazurka	tango	čača	polka	rumba	twist	valčík

10. 5 Jak si zebra vytvořit

Nejdříve si musíme zvolit obtížnost zebry (počet kategorií informací a počet položek v každé kategorii). V našem případě, pro názornou ukázkou, čtyři kategorie informací po čtyřech položkách. Poté si přichystáme tabulku, kam si napíšeme správné řešení zebry:

Petr	záložník	auto	Beskydy
Jan	brankář	autobus	Vysočina
Pavel	útočník	vlak	Šumava
Jiří	obránce	letadlo	Tatry

Nyní si narýsuje obdélník, jelikož máme 4 kategorie informací, a na jeho strany si napíšeme jednotlivé informace.

	Vysočina	Tatry	Šumava	Beskydy	
Pavel					autobus
Jan					letadlo
Petr					auto
Jiří					vlak
	záložník	útočník	obránce	brankář	

Naším úkolem je teď znázornit v obrazci ty vazby, které chceme v zadání uvést.

Musíme se držet těchto pravidel:

1. Vazeb by mělo být zakresleno co nejméně, ale tak, aby šla zebra vyřešit.
2. Neměli bychom spojovat tak, aby bylo ihned vidět řešení.

Nejprve spojíme záporné informace (nejlépe přerušovanou čarou) například Jana s vlakem a Tatry s brankářem. Ke každému z těchto čtyř uvedeme kladnou vazbu (nejlépe plnou čarou): Jan a Vysočina, Jiří a Tatry, útočník a vlak, brankář a autobus.

	Vysočina	Tatry	Šumava	Beskydy	
Pavel					autobus
Jan					letadlo
Petr					auto
Jiří					vlak
	záložník	útočník	obránce	brankář	

Dále spojujeme dvě neobsazené – například Pavel a Šumava, Petr a Záložní → luštitel spojí Petra a Beskydy.

	Vysočina	Tatry	Šumava	Beskydy	
Pavel					autobus
Jan					letadlo
Petr					auto
Jiří					vlak
	záložník	útočník	obránce	brankář	

A nyní postupně vylučujeme zbývající možnosti. Do Beskyd se nelze dostat letadlem → luštiteli nezbývá nic jiného než spojit Beskydy a auto.

	Vysočina	Tatry	Šumava	Beskydy	
Pavel					autobus
Jan					letadlo
Petr					auto
Jiří					vlak
	záložník	útočník	obránce	brankář	

Poslední informace bude, že útočník určitě nejel do Tater.

	Vysočina	Tatry	Šumava	Beskydy	
Pavel					autobus
Jan					letadlo
Petr					auto
Jiří					vlak
	záložník	útočník	obránce	brankář	

Nakonec si musíme vypsát políčka, která jsme ve vazbových podmínkách nezmínili, abychom se na ně mohli v závěrečných otázkách ptát. (Luštitel se musí dozvědět jejich názvy.)

Zebra je hotová. Zkuste ji vyřešit.

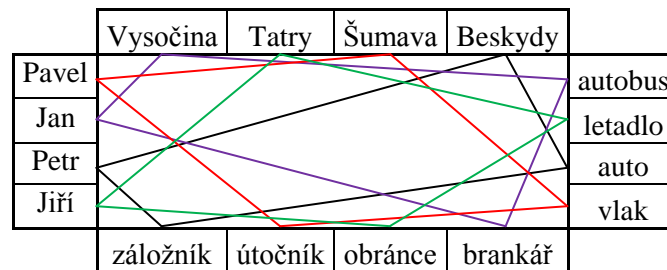
Čtyři kamarádi, kteří spolu hráli kopanou v jednom dorosteneckém mužstvu, se rozjeli na prázdniny. Každý z nich hrál v mužstvu na jiném místě a teď míří do jiných hor odlišným dopravním prostředkem než jeho přátelé.

1. Pavel si zvolil za cíl Šumavu.
2. Brankář jel autobusem.
3. Jméno záložníka je Petr.
4. Jiří měl namířeno do Tater.
5. Útočník jel na prázdniny vlakem.
6. Vysočinu navštívil Jan.
7. Brankář nechce jet do Tater.
8. Do Beskyd se nelze dostat letadlem.
9. Ve vlaku se dělá Janovi špatně.
10. Tatry se nelíbí útočníkovi

Kam jel na dovolenou obránce? Jak se jmenoval ten, který jel na prázdniny vlakem? Na jakém místě hrál Jan? Kam odjížděl autobus?

Řešení:

Obránce jel na dovolenou do Tater. Pavel jel na prázdniny vlakem. Jan hrál jako brankář. Autobus odjížděl na Vysočinu.



Petr	záložník	auto	Beskydy
Jan	brankář	autobus	Vysočina
Pavel	útočník	vlak	Šumava
Jiří	obránce	letadlo	Tatry

11. Závěr

Tuto práci jsem dělal s chutí a zapálením. Bavilo mě hledat různé zapeklité úlohy a hlavolamy. Bavilo mě si je později vyřešit a zpracovávat pro ty, koho to zajímá a komu budou někdy přínosem. Kupříkladu zebry jsou součástí Scio testů při prověřování obecných studijních předpokladů žáků v přijímacích zkouškách na střední školu nebo studentů střední školy u přijímacích testů na vysokou školu. Pro mě byla práce velkým přínosem a jsem rád, že jsem si toto téma vybral.

12. Soupis použité literatury

Na závěr bych měl uvést, že velkou část teorie, úloh a postupů jsem převzal z níže uvedených odkazů! Mým úkolem nebylo úlohy vymyslet, ale dát je dohromady, napsat k nim řešení a na začátku vysvětlit o co se v daných úlohách jedná.

Magické čtverce

1. Eduard Fuchs: MAGICKÉ ČTVERCE aneb Od knihy I-ťing k internetové současnosti. http://bart.math.muni.cz/~fuchs/Efuchs/historie_pdf/mactv.pdf
2. Hozová, Libuše: Klub mladých matematiků, 1. vyd., Praha 1, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1990, 145 s. (49. s.)
3. profuvsvet@seznam.cz: Prófův svět. Magické čtverce. <http://profuvsvet.ic.cz/view.php?cisloclanku=2007020007>
4. Magický deník. Magické čtverce. <http://nina.pina.sblog.cz/ctverce/>
5. Literární doupě. Perličky. Slovní obrazce. <http://ld.johanesville.net/perlicky/09-slovni-obrazce-slovni>

Latinské čtverce

1. Hozová, Libuše: Klub mladých matematiků, 1. vyd., Praha 1, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1990, 145 s. (50. s.)
2. Wikipedie Otevřená encyklopedie. Latinský čtverec. http://cs.wikipedia.org/wiki/Latinský_čtverec

Sudoku

1. Sudoku-hra.cz. <http://www.sudoku-hra.cz/tipy-triky.php>
2. Wikipedie Otevřená encyklopedie. Sudoku. <http://cs.wikipedia.org/wiki/Sudoku>
3. Zkoušky nanečisto. Návod na řešení sudoku. <http://www.zkousky-nanecisto.cz/modules.php?name=News&file=article&sid=90>

HEXSudoku

1. hexsudoku@gmail.com. HEXSudoku. <http://sudoku.m-hosting.cz/index.php?lang=cs>

Fillomino

1. profuvsvet@seznam.cz: Prófův svět. Nez-applet-ete se do Fillomina? <http://profuvsvet.ic.cz/view.php?cisloclanku=2007040022>
2. Mensa České republiky. Hlavalamy. Fillomino <http://www.mensa.cz/mensa.cz/site/hlavalamy/fillomino.html>

Pentomino

1. Deskové hry. Pentomino
<http://www.deskovehry.info/pravidla/pentomino.htm>
2. EMAG. Elektronický magazín
<http://www.emag.cz/tetrisu-je-25>
[let/?utm_source=emag&utm_medium=RSS&utm_campaign=clanky](http://www.emag.cz/tetrisu-je-25?utm_source=emag&utm_medium=RSS&utm_campaign=clanky)
3. Wikipedia Otevřená encyklopedie. Pentomino
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Pentomino>
4. David Goodger. Polycubes Puzzles & Solutions
<http://puzzler.sourceforge.net/docs/polycubes.html>
5. Hozová, Libuše: Klub mladých matematiků, 1. vyd., Praha 1, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1990, 145 s. (60. - 61. s.)

Hry se zápalkami

1. Hozová, Libuše: Klub mladých matematiků, 1. vyd., Praha 1, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1990, 145 s. (24. - 26., 66. s.)
2. Obermair, Gilbert: Hry a kouzla se zápalkami, Praha 1, IŽ s. r. o., 2001, 80-240-1960-4

Zebry

1. Závitníček. Hlavalamy a hádanky pro každého
http://zavitnicek.sweb.cz/cla_zebry.htm
2. Hovorková, Markéta: Seminární práce z matematiky, Zebry – sbírka úloh, 2003/2004
3. Hozová, Libuše: Klub mladých matematiků, 1. vyd., Praha 1, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1990, 145 s. (50. – 51., 53. – 55., 67., 82. – 83. s.)